

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

INFLUÊNCIA DO TIPO DE ÁTICO
NO CONFORTO TÉRMICO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ENGENHARIA MECÂNICA

HUMBERTO SOARES HOAYS

FLORIANÓPOLIS, ABRIL DE 1993

INFLUÊNCIA DO TIPO DE ÁTICO

NO CONFORTO TÉRMICO

HUMBERTO SOARES HOAYS

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA
FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA.



Prof. Cláudio Melo, Ph. D.
ORIENTADOR



Prof. Julio César Passos, Dr.
COORDENADOR

BANCA EXAMINADORA



Prof. Cláudio Melo, Ph. D.
PRESIDENTE



Prof. Roberto Lamberts, Ph. D.



Prof. Carlos Alfredo Clezar, M. Sc.

AGRADECIMENTOS

Em especial, ao professor Cláudio Melo que, pela orientação, atenção e incentivo concedidos, contribuiu decisivamente para a elaboração deste trabalho.

A todos os professores pela formação

Ao Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal de Santa Catarina pelo acolhimento

A todos os colegas e especialmente àqueles, que mais que colegas, tornaram-se verdadeiros amigos

A meus pais pelo imensurável apoio e compreensão nos momentos mais difíceis

A minha namorada, Cláudia Aparecida Feron, pela paciência demonstrada e incentivo permanente

INDICE

Resumo.....	i
Abstract.....	ii
1 Introdução.....	1
2 Energia Solar.....	2
2.1 Objetivo.....	2
2.2 Cálculo da radiação solar incidente.....	2
2.2.1 Radiação normal direta.....	2
2.2.2 Obtenção de relações para a determinação de A_{sul} e B_{sul} em função do dia do ano.....	6
2.2.3 Ângulos Solares.....	7
a) Determinação da declinação solar (δ)	11
b) Determinação do ângulo-hora (ω)	14
c) Determinação do azimute solar (ψ).....	17
d) Determinação do ângulo de incidência(θ).....	18
2.2.4 Cálculo da radiação solar direta.....	18
2.2.5 Cálculo da radiação difusa.....	19
2.2.6 Aplicação do modelo na avaliação da radiação solar sobre superfícies localizadas na cidade de Florianó- polis.....	21
2.2.7 Estimativas da radiação solar incidente sobre superfícies de um telhado.....	30
3 Conforto térmico.....	37
3.1 Balanço de calor no interior do ambiente.....	37
3.2 Cálculo das radiosidades.....	42
3.3 Cálculo da temperatura média radiante.....	44
3.4 Cálculo dos fatores de forma entre uma esfera e as diversas superfícies no interior de um ambiente.....	46
3.5 Balanço térmico no corpo humano.....	55
3.6 Condições de conforto térmico.....	58

3.6.1	Voto médio previsto (PMV).....	59
3.7	Influência do campo de radiação sobre o conforto térmico.....	60
4	Ático.....	64
4.1	Definição.....	64
4.2	Forma proposta para o ático.....	64
4.3	Balanco de energia no ático.....	64
4.3.1	Trocas de calor por condução.....	65
4.3.2	Trocas de calor por convecção no ático.....	70
4.3.3	Troca de calor por radiação entre as superfícies do ático..	73
4.3.4	Troca de calor por infiltração de ar externo.....	75
4.4	Balanco de calor nas superfícies externas do telhado.....	76
4.5	Cálculo dos fatores de forma par o ático.....	77
4.5.1	Fator de forma entre duas superfícies retangulares.....	81
4.5.2	Fatores de forma para o ático.....	86
4.5.3	Resultados para algumas geometrias.....	91
5	Análise das potencialidades do programa.....	93
5.1	Considerações iniciais.....	93
5.2	Materiais utilizados na construção.....	93
5.3	Efeito do tipo de ático sobre a temperatura ambiente.....	95
5.4	Efeito do tipo de ático sobre a temperatura do ar no ático..	100
5.5	Efeito do tipo de ático sobre o conforto térmico ambiente.	105
5.6	Efeito da forma do ático sobre o conforto térmico ambiente.....	111
6	Conclusões e Sugestões.....	115
7	Referências bibliográficas.....	116
	Apêndices.....	117
1	Apêndice A.....	118
	a) Método dos mínimos quadrados para a determinação dos coeficientes usados para a avaliação da Constante Solar Aparente (A).....	118

b) Método dos mínimos quadrados para a determinação dos coeficientes usados para a avaliação da Constante de Absorção (B).....	121
c) Equação do tempo - valores das constantes da equação (2.17).....	122
d) Cálculo do azimute solar (ψ) - demonstração da equação (2.18).....	122
e) Demonstração da equação (2.19).....	124
f) Demonstração da relação entre os ângulos solares apresentada na equação (2.9).....	125

2 Apêndice B

a) Obtenção detalhada da equação (4.27).....	129
--	-----

N o m e n c l a t u r a

A	- Constante Solar Aparente
a	- parâmetro de avaliação da integral (ver equações (5.30) a (5.33)
A_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
A_{ch}	- área externa do corpo humano
a_f	- parâmetro para cálculo de x_f e y_f (ver figura 4.1)
A_i	- coeficientes para a determinação da Constante Solar Aparente
A_{nu}	- área do corpo humano nu
A_q	- área de uma superfície qualquer (ver figura 5.8)
A_s	- parâmetro para dimensionamento e localização de portas e janelas numa parede (p)
a_x	- coeficiente do integrando das integrais em “x” (ver equação 5.39)
a_y	- coeficiente do integrando das integrais em “y” (ver equação 5.40)
A_1, A_2	- áreas de duas superfícies quaisquer que trocam calor por radiação
AAT_{it}	- área da superfície “it” do ático
alt	- altitude do local
$ATDIFG_{tj}$	- radiação solar difusa, refletida pelo solo, que incide sobre a superfície “t” do telhado na hora “j”
$ATDIR_{tj}$	- radiação solar direta que incide sobre uma superfície “t” do telhado na hora “j”
$ATDIFS_{tj}$	- radiação solar difusa que incide sobre a superfície “t” do telhado, na hora “j”, proveniente do espalhamento dos raios solares na atmosfera
$ATTOTAL_{it}$	- radiação total que incide sobre uma superfície “t” do telhado
AZ	- azimuth de parede
$A0...A6$	- constantes para calcular a Constante Solar Aparente
$A0_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo
$A1_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo
$A2_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo
$A3_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo

$A4_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo
$A5_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo
$A6_{et}$	- coeficiente para cálculo da equação do tempo
B	- Constante de absorção
b	- parâmetro de avaliação da integral I (ver equações (5.30) a (5.33))
B_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
b_f	- parâmetro para cálculo de x_f e y_f (ver figura 4.1)
B_s	- parâmetro para dimensionamento e localização de portas e janelas numa parede (F)
b_x	- coeficiente do integrando das integrais em “x” (ver equação 5.39)
b_y	- coeficiente do integrando das integrais em “y” (ver equação 5.40)
$B0...B6$	- constantes para calcular a Constante de Absorção
C	- coeficiente Solar para o cálculo da radiação difusa
c	- parâmetro de avaliação da integral I (ver equações (5.30) e (5.33)))
C_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
c_f	- parâmetro para cálculo de x_f e y_f (ver figura 4.1)
C_s	- parâmetro para dimensionamento e localização de portas e janelas numa parede (P)
c_x	- coeficiente do integrando das integrais em “x “ (ver equação 5.39)
c_y	- coeficiente do integrando das integrais em “y “ (ver equação 5.40)
c_1, c_2	- caminhos de integração (ver equação 5.27)
CDR_{leste}	- co-seno diretor da reta que contém o raio solar, na direção leste (ver figura A-3 e A-5)
$CDX1$	- co-seno diretor da reta (1) na direção de x
$CDX2$	- co-seno diretor da reta (2) na direção de x
$CDY1$	- co-seno diretor da reta (1) na direção de y
$CDY2$	- co-seno diretor da reta (2) na direção de y
$CDZ1$	- co-seno diretor da reta (1) na direção de z
$CDZ2$	- co-seno diretor da reta (2) na direção de z
Cp_{ar}	- calor específico do ar ambiente
C_o	- índice da coluna da matriz

$c_0...c_6$	- constantes para calcular o Coeficiente C
$C_1...C_3$	- parâmetros para avaliar a Constante Solar Aparente, a Constante de Absorção, o Coeficiente C e a declinação solar
d	- parâmetro de avaliação da integral I (ver equações (5.30) a (5.33))
D_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
D_s	- parâmetro para dimensionamento e localização de portas e janelas numa parede (p)
d_s	- dias decorridos a partir de 22 de setembro
dA_1	- elemento diferencial de área
dA_2	- elemento diferencial de área
DY	- número de dias decorridos a partir de primeiro de janeiro
e	- parâmetro de avaliação da integral I (ver equações (5.30) e (5.33))
(e)	- esfera pontual
e'	- projeção da esfera (e) no plano vertical que contém a superfície (s)
E_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
ET	- equação do tempo
$F_{dA_1-dA_2}$	- fator de forma entre os elementos diferenciais de área (dA_1 e dA_2)
$F_{A_1-A_2}$	- fator de forma entre duas superfícies (A_1 e A_2)
F_{e-s}	- fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (S)
F_{e-sa}	- fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (S_a)
F_{e-sb}	- fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (S_b)
F_{e-sc}	- fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (S_c)
F_{e-sd}	- fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (S_d)
$F_{i,k}$	- fator de forma entre as superfícies “i” e “k”
$F_{it,j}$	- fator de forma entre as superfícies “it” e “j”
F_{p-k}	- fator de forma entre um ser humano e a superfície “k”
FCTT	- correção para o cálculo da equação do tempo (ET)
FG	- função para cálculo do fator de forma entre uma esfera pontual e um retângulo (ver figura 4.1)
frp	- relação entre a área do corpo vestido e a área do corpo nu
(g)	- geratriz do cone imaginário (ver figura A-5)
G_i	- energia radiante que incide sobre a superfície “i” prove-

	niente das superfícies vizinhas
$G_{i,k}$	- fatores de forma entre as superfícies do ambiente
G_{it}	- energia radiante incidente na superfície “it”
GCS_i	- ganho de calor devido a transmissão de energia solar através das superfícies vítreas
GL	- vazão mássica de ar infiltrado no ambiente
GR	- refletância do solo
GS	- vazão mássica de ar insuflado no ambiente
GX	- coordenada da esfera (e) medida a partir do piso, ao longo da altura do ambiente (ver fig. 4.2)
GY	- coordenada da esfera (e) medida na direção da cota W (ver figura 4.2)
GZ	- coordenada da esfera (e) medida a partir do piso, ao longo da altura do ambiente (ver figura 4.2)
H_{dif}	- radiação solar difusa incidente sobre uma superfície horizontal
H	- altura do cone imaginário (ver figura A-5)
(H)	- plano horizontal
\bar{h}_c	- coeficiente médio de troca de calor por convecção
\bar{h}_{cr}	- coeficiente combinado, de troca de calor por convecção e radiação
HC	- hora civil local
HI_i	- coeficiente de troca de calor por convecção na superfície interna da parede (P)
HI_{it}	- coeficiente médio de troca de calor por convecção da superfície “it”
HO_i	- coeficiente de troca de calor por convecção na superfície externa da parede (P)
HO_{it}	- coeficiente médio de troca de calor por convecção na superfície “it” do ático (lado externo)
H_r	- tempo
HS	- hora solar
I	- valor da integral (ver equação (5.30))
i	- índice para fluxos de calor, superfícies e temperaturas
I_{dif}	- radiação solar difusa incidente sobre uma superfície qualquer, proveniente do espalhamento dos raios solares na at-

	mosfera
$I_{dif\text{tot}}$	- radiação solar difusa total incidente sobre uma superfície qualquer
I_{dir}	- radiação solar direta
I_i	- valor da integral interna da equação (5.30)
I_{rp}	- índice relativo a resistência térmica da roupa
I_{solo}	- radiação solar difusa refletida pelo solo
I_{total}	- radiação solar total incidente sobre uma superfície qualquer
IDH	- radiação solar direta incidente sobre uma superfície horizontal
IDN	- radiação normal direta
Isc	- constante solar
I_0	- radiação solar aparente
j	- índice para fluxos de calor, superfícies e temperaturas
J_i	- radiosidade da superfície interna da parede (P)
J_{it}	- radiosidade da superfície "it"
K	- dimensão de superfície (ver figura 5.10)
k_r	- índice para fluxos de calor, superfícies e temperaturas
K_1	- fração de área corporal representativa da região da cabeça
K_2	- fração de área corporal representativa da região do tronco
K_3	- fração de área corporal representativa da região das pernas
K_{c1}	- condutividade térmica da primeira camada da parede
K_{c2}	- condutividade térmica da segunda camada da parede
L	- comprimento do ambiente
L_r	- dimensão de superfície (ver figura 5.10)
l_r	- co-seno diretor da reta (r)
L_v	- calor latente de vaporização da água a 35 °C
l_1	- co-seno diretor da reta que une dois elementos diferenciais de área das superfícies do ático em relação aos eixos x, y e z
L_1	- espessura de camada térmica
L_2	- espessura de camada térmica
L_i	- índice da linha da matriz
LONG	- longitude do local
M	- Massa de ar
M_r	- dimensão de superfície (ver figura 5.10)

m	- variável de integração (ver equação (5.30))
m_r	- co-seno diretor da reta (r)
m_l	- co-seno diretor da reta que une dois elementos diferenciais de área das superfícies do ático em relação aos eixos x , y e z
N_r	- dimensão de superfície (ver figura 5.10)
N_s	- número de superfícies do ambiente
n	- variável de integração (ver equação (5.30))
(n)	- reta normal ao plano (α)
n_r	- co-seno diretor da reta (r)
n_l	- co-seno diretor da reta que une dois elementos diferenciais de área das superfícies do ático em relação aos eixos x , y e z
\vec{n}_1, \vec{n}_2	- normais aos elementos de área dA_1 e dA_2
NR_{it}	- número de fatores de resposta da superfície "it"
N_{th}	- número de trocas de ar por hora no ático
(P)	- parede
P	- função qualquer de x , y e z , diferenciável em x , y e z
P_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
p_a	- pressão parcial de vapor d'água na temperatura da pele
p_e	- permeabilidade da pele
p_s	- pressão de saturação do vapor d'água na temperatura da pele
PMV	- voto médio previsto
Q	- função qualquer de x , y e z , diferenciável em x , y e z
q	- limite de integração da integral I (ver equação (5.30))
Q_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
Q_{cond}	- fluxo de calor por condução
Q_{conv}	- calor trocado por convecção pela superfície externa de uma parede (P)
q_{conv}	- fluxo líquido de calor por convecção nas superfícies internas do ático
Q_{ch}	- calor gerado pelo corpo humano
Q_{dv}	- calor perdido através da difusão de vapor
Q_{ef}	- calor gerado no ambiente por equipamentos
Q_{il}	- calor gerado no ambiente por iluminação

Q_{inf}	- fluxo de calor associado a infiltração de ar externo no ático
Q_{met}	- taxa metabólica produzida pelo corpo humano
Q_{oc}	- calor gerado no ambiente por ocupantes
Q_{rad}	- fluxo de calor por radiação na superfície interna da parede (P)
Q_{su}	- calor perdido por evaporação de suor na superfície do corpo
$Q_{h_{rad}}$	- calor trocado por radiação pelo ser humano
Q_I	- fluxo de calor por condução na superfície interna
$Q_{I_{it}}$	- fluxo de calor por condução que atravessa a superfície interna da parede (P)
$\overline{Q_{I_{it}}}$	- fluxo de calor por condução na superfície interna da parede (P) na hora anterior
$Q_{L_{re}}$	- perda de calor sensível pela respiração
Q_O	- fluxo de calor por condução na superfície externa
Q_{O_i}	- fluxo de calor por condução que chega na superfície externa "i" da parede (P)
$\overline{Q_{O_{it}}}$	- fluxo de calor por condução na superfície externa da parede (P) na hora anterior
$q_{rad_{it}}$	- fluxo de calor por radiação na superfície interna "it" do ático
$Q_{rp_{cond}}$	- calor conduzido desde a pele até a superfície externa da roupa
$Q_{S_{re}}$	- perda de calor sensível pela respiração
R	- função qualquer de x, y e z, diferenciável em x, y e z
R_c	- raio de um cone imaginário (ver figura A-5)
r	- limite de integração da integral I (ver equação (5.30))
(r)	- reta que contém o raio solar (ver figura A-5)
R_a	- parâmetro geométrico do ático
R_e	- fração do calor gerado no ambiente que atinge a superfície interna da parede (P)
R_i	- fração do calor gerado no ambiente que atinge a superfície "i"
R_l	- fração do calor gerado por iluminação, que atinge a superfície "i"

R_o	- fração do calor gerado por ocupantes, que atinge a superfície “i”
R_t	- resistência térmica total
$RADIFG_j$	- radiação solar difusa que incide sobre uma superfície vertical adjacente à superfície “t” do telhado na hora “j”
$RADIFS_j$	- radiação solar difusa que incide sobre uma superfície vertical adjacente à superfície “t” do telhado, proveniente do espalhamento dos raios solares na atmosfera
$radtot_i$	- fluxo de calor devido a radiação solar sobre a superfície externa da parede (P)
S	- módulo do segmento de reta que une dois elementos diferenciais de áreas de duas superfícies do ático
s	- limite de integração da integral I (ver equação (5.30))
(S)	- superfície qualquer
S_a	- parâmetro geométrico do ático
S_i	- área da superfície interna da parede (P)
S_x	- módulo do segmento de reta que une dois elementos de área das superfícies do ático, quando a variável de integração é x
S_y	- módulo do segmento de reta que une dois elementos de área das superfícies do ático, quando a variável de integração é y
(S_1)	- superfície auxiliar para determinação de fator de forma
(S_a)	- superfície auxiliar para a determinação dos fatores de forma entre uma esfera pontual e uma superfície (S)
(S_b)	- superfície auxiliar para a determinação dos fatores de forma entre uma esfera pontual e uma superfície (S)
(S_c)	- superfície auxiliar para a determinação dos fatores de forma entre uma esfera pontual e uma superfície (S)
(S_d)	- superfície auxiliar para a determinação dos fatores de forma entre uma esfera pontual e uma superfície (S)
$S_1...S_3$	- parâmetros para avaliar a Constante Solar Aparente, a Constante de Absorção, o Coeficiente C e a declinação solar
$SSQR$	- função que representa o somatório dos erros ao quadrado para a determinação de coeficientes

T_a	- dimensão do ático (ver figura 5.11)
t_a	- temperatura do ar aspirado
t_{amb}	- temperatura ambiente
t_{ex}	- temperatura do ar expirado
t_p	- temperatura da pele
t_{rp}	- temperatura da roupa
T_{r1}	- temperatura equivalente de radiação obtida na região da cabeça
T_{r2}	- temperatura equivalente de radiação obtida na região do tronco
T_{r3}	- temperatura equivalente de radiação obtida na região das pernas
TA_{amb}	- temperatura de bulbo seco do ar ambiente
TA_{at}	- temperatura do ático
TA_{ext}	- temperatura do ar externo
TI	- temperatura da superfície interna
Ti_{it}	- temperatura da superfície interna “it” do ático
$Tmrt$	- temperatura média radiante
TO	- temperatura da superfície externa
TO_i	- temperatura da superfície externa da parede (P)
TO_{it}	- temperatura da superfície externa “it” do ático
TS	- temperatura do ar insuflado no ambiente
TZN	- número de horas do meridiano padrão a oeste do meridiano de Greenwich
V_{at}	- volume do ático
\dot{V}_p	- vazão mássica do ar que circula pelos pulmões
VC	- número da coluna para a localização do elemento em matriz
VL	- número da linha para a localização de elemento em matriz
W	- largura do ambiente
W_a	- umidade relativa do ar aspirado
W_{ex}	- umidade relativa do ar expirado
X, Y, Z	- eixos cartesianos
x, y, z	- eixos cartesianos
X_f, Y_f	- parâmetros para a avaliação de FG (ver figura 4.1)
x	- parâmetro para avaliar a Constante Solar Aparente, a

	Constante de Absorção, o Coeficiente C e a declinação solar
$Y_{it,j}$	- fator de resposta da superfície “it”
z_e	- intersecção da reta normal (n) ao plano (α) (ver figura A-5) com o eixo terrestre (ver figura A-4)
$Z_{it,j}$	- fator de resposta da superfície “it”
(α)	- plano qualquer tangente a um cone imaginário (ver figura A-5)
α_{it}	- absorptância da superfície “it”
α, γ, δ	- ângulos das normais aos elementos diferenciais de área com os eixos cartesianos x, y, z, respectivamente
β	- altitude solar
β_1, β_2	- ângulos da reta que une dois elementos diferenciais de área (dA_1 e dA_2) com as normais aos mesmos
γ_s	- azimuth solar de parede
δ_s	- declinação solar
ϵ_i	- emissividade da superfície interna da parede (P)
ϵ_{it}	- emissividade da superfície “it”
η	- ângulo do raio solar com a normal ao plano (α)
η_m	- rendimento mecânico da atividade humana
θ	- ângulo de incidência dos raios solares
θ_r	- ângulo entre dois retângulos (ver figura 5.10)
θ_1, θ_2	- ângulos de inclinação dos triângulos do ático (ver figura 5.11)
θ_{tj}	- ângulo de incidência do raio solar sobre a superfície “t” do telhado na hora “j”
ρ_{ar}	- massa específica do ar
ρ_i	- refletância da superfície interna da parede (P)
ρ_{it}	- refletância da superfície “it”
σ	- ângulo de inclinação de uma superfície em relação a um plano horizontal
σ_b	- constante de Steffan-Boltzmann
σ_t	- inclinação da superfície “t” do telhado
φ	- latitude do local
ψ	- azimuth solar
ω	- ângulo-hora

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é desenvolver uma metodologia apropriada para analisar o efeito do tipo de ático sobre o conforto térmico.

Para tanto, foram desenvolvidos modelos computacionais para calcular; i) fatores de forma entre as paredes do ático, ii) fatores de forma entre um indivíduo e as paredes do ambiente, iii) sensação de conforto térmico, e iv) radiação solar e ângulos solares no hemisfério sul.

Além desses modelos foi desenvolvido também um algoritmo que possibilita a realização de um balanço de energia no ático.

A incorporação destes modelos no programa NBSLD [11] permitiu então o presente trabalho.

Mostra-se que o tipo de ático (forma, dimensões e materiais construtivos) tem influência significativa sobre a sensação de conforto térmico.

ABSTRACT

The objective of this work is to develop an appropriate methodology to analyse the effect of the attic type on thermal comfort.

In doing so some computational models were developed to calculate i) shape factors between the attic surfaces, ii) shape factors between the human body and the surrounding surfaces, iii) sensation of thermal comfort and iv) solar radiation and solar angles for the south hemisphere.

Besides these models an attic energy balance algorithm was also developed.

A new version of the NBSLD program [11] was then developed incorporating the developed models.

It is shown that the attic type (shape, dimensions and type of constructions) has significative influence on the thermal comfort.

1 INTRODUÇÃO

A partir da década de 70, com o surgimento da crise do petróleo, a preocupação com a conservação de energia se tornou evidente.

Esforços têm sido despendidos, ao longo dos anos em todas as áreas, com o intuito de diminuir o consumo de energia.

Especificamente na área de condicionamento de ar, muito tem sido feito no sentido de se construir equipamentos de menor consumo de energia. Cite-se, por exemplo, o caso dos compressores onde a busca por uma maior eficiência é uma tarefa contínua.

Entretanto, o consumo de energia, associado com os equipamentos de climatização, é também dependente do tipo das edificações. Assim, esforços têm também de ser despendidos no sentido de racionalizar a construção de edificações.

Assim sendo, surgiram, a partir da década de 70, programas computacionais, que permitem a simulação térmica de edificações. Através de tais programas, torna-se possível racionalizar o consumo de energia pela simulação de várias alternativas de projeto.

Um destes programas, o NBSLD (National Bureau of Standards Load Determinations Program [11]) foi escolhido para este trabalho. Tal programa, apesar de bastante sofisticado no tratamento de vários fenômenos, por exemplo condução em paredes, é bastante modesto no que se refere às trocas de calor que ocorrem no ático.

Desta forma um novo modelo foi desenvolvido e incorporado ao programa NBSLD. Esta nova versão permite que se analise o impacto do tipo de ático (forma, dimensões e materiais construtivos) sobre as condições ambientais, com reflexo no consumo de energia e no conforto térmico.

Para permitir esta última potencialidade, foi necessário desenvolver um modelo, capaz de calcular o conforto térmico para um indivíduo situado em qualquer posição do ambiente.

Espera-se que com a continuidade desse trabalho, novos modelos possam ser adicionados, levando assim ao desenvolvimento de uma ferramenta de análise, capaz de levar a edificações eficientes do ponto de vista energético e de conforto térmico.

2 ENERGIA SOLAR

2.1 Objetivo

Determinar a posição do sol e a intensidade de radiação solar sobre uma superfície localizada no hemisfério sul.

2.2 Cálculo da radiação solar incidente

Para que se possa determinar a radiação solar incidente sobre uma superfície, é necessário avaliar as diferentes formas com que a radiação atinge tal superfície.

As radiações solares que incidem sobre uma superfície podem ser divididas em:

- a) Radiação direta
- b) Radiação difusa
 - b.1) Refletida pelas nuvens
 - b.2) Refletida pelo solo

A radiação total incidente depende da posição da superfície considerada. Portanto é necessário que sejam estabelecidos parâmetros, capazes de definir a posição da superfície em consideração, em relação à direção do raio solar e em relação a um plano horizontal.

Outros parâmetros são também necessários, os quais serão apresentados posteriormente.

2.2.1 Radiação Normal Direta

A radiação solar, ao atravessar a atmosfera, é atenuada ao longo de seu percurso. Sofre absorção por pó, moléculas de gás, ozônio e vapor d'água.

A equação (2.1) estabelece o cálculo da radiação solar normal direta (IDN) [1].

$$IDN = A \exp(-B \times M) \quad (2.1)$$

O parâmetro A é chamado de Constante Solar Aparente. Seu valor varia com a distância entre o Sol e a Terra e com a variação do conteúdo do pó e vapor d'água na atmosfera.

O parâmetro B é chamado de Constante de Absorção e seu valor varia sazonalmente devido a alteração na constituição de gases da atmosfera. Tais valores, para o hemisfério norte, são apresentados na tabela 2.1 [1].

O parâmetro M, denominado de massa de ar, será discutido no item 2.2.3.

Tabela 2.1 - Valores para a Constante Solar Aparente (A) e para a Constante de Absorção

Data	Coefficiente A [W/m ²]	Coefficiente B
21 de janeiro	1230	0,142
21 de fevereiro	1215	0,144
21 de março	1186	0,156
21 de abril	1136	0,180
21 de maio	1104	0,196
21 de junho	1088	0,205
21 de julho	1085	0,207
21 de agosto	1107	0,201
21 de setembro	1151	0,177
21 de outubro	1192	0,160
21 de novembro	1221	0,149
21 de dezembro	1233	0,142

M. Iqbal [2] propôs uma modificação nos coeficientes A e B, originando os valores da tabela 2.2.

Esta modificação foi necessária, porque o modelo da ASHRAE [8] não fornecia bons resultados, principalmente nos meses de inverno no hemisfério norte. Além disto, na época (1981), a organização meteorológica mundial havia adotado um outro valor para a constante solar (I_{sc}), passando de 1322 W/m² (determinado em 1940) para 1367 W/m².

Para o hemisfério Sul, no entanto, deve-se alterar os coeficientes A e B. Para tanto, é necessário que se considere a intensidade da radiação solar

medida num plano normal a uma linha imaginária, ligando o centro do Sol e da Terra, localizada fora da atmosfera. Esta radiação (I_0), denominada de radiação solar aparente, pode ser determinada pela equação (2.2), onde DY representa o número de dias decorridos, a partir de primeiro de janeiro até a data considerada.

$$I_0 = I_{sc} (1 + 0,033 \cos ((360 \text{ DY}) / 370)) \quad (2.2)$$

O valor médio dessa radiação (I_{sc}) foi determinado com uma precisão de 1,5% e está em torno de 1353 W/m^2 [1].

Tabela 2.1 - Valores para a Constante Solar Aparente (A) e para a Constante de Absorção

Data	Coefficiente A [W/m ²]	Coefficiente B
21 de janeiro	1202	0,141
21 de fevereiro	1187	0,142
21 de março	1164	0,149
21 de abril	1130	0,164
21 de maio	1106	0,177
21 de junho	1092	0,185
21 de julho	1093	0,186
21 de agosto	1107	0,182
21 de setembro	1136	0,165
21 de outubro	1166	0,152
21 de novembro	1190	0,144
21 de dezembro	1204	0,141

Para se obter o valor da Constante Solar Aparente (A), para uma determinada data para o hemisfério sul, procede-se como indicado a seguir [1].

$$A_{\text{sul}} = A_{\text{norted}} I_0 / I_{0d} \quad (2.3)$$

Nesta equação, A_{norted} é o valor da Constante Solar Aparente para o hemisfério norte numa data seis meses anterior à data considerada. Da mesma

forma I_{0d} é o valor da radiação solar aparente também correspondente a uma data seis meses anterior à data considerada.

Os valores de I_0 , A_{norte} e A_{sul} são apresentados na tabela 2.3, onde I_0 e A_{sul} foram determinados pelas equações (2.2) e (2.3) respectivamente.

A Constante de Absorção B para o hemisfério sul é obtida através da equação (2.4), onde B_{norted} é a constante B numa data seis meses anterior à data considerada.

$$B_{\text{sul}} = B_{\text{norted}} \quad (2.4)$$

Tabela 2.3 - Valores da Constante Solar Aparente para os hemisférios norte e sul

Data	DY	I_0 [W/m ²]	A_{norte} [W/m ²]	A_{sul} [W/m ²]
21/01	21	1394,84	1202	0,141
21/02	52	1381,34	1187	0,142
21/03	80	1362,41	1164	0,149
21/04	111	1339,20	1130	0,164
21/05	141	1320,25	1106	0,177
21/06	172	1309,44	1092	0,185
21/07	202	1310,20	1093	0,186
21/08	233	1322,38	1107	0,182
21/09	264	1342,85	1136	0,165
21/10	294	1365,34	1166	0,152
21/11	325	1385,23	1190	0,144
21/12	355	1396,21	1204	0,141

Os valores da Constante de Absorção para o hemisfério sul (B_{sul}) são apresentados na tabela (2.4), para as datas correspondentes

Tabela 2.4 - Valores da Constante Solar Aparente para os hemisférios norte e sul

Data	DY	B _{norte}	B _{sul}
21/01	21	0,141	0,186
21/02	52	0,142	0,182
21/03	80	0,149	0,165
21/04	111	0,164	0,152
21/05	141	0,177	0,144
21/06	172	0,185	0,141
21/07	202	0,186	0,141
21/08	233	0,182	0,142
21/09	264	0,165	0,149
21/10	294	0,152	0,164
21/11	325	0,144	0,177
21/12	355	0,141	0,185

2.2.2 Obtenção das correlações para a determinação de A_{sul} e B_{sul} em função do dia do ano

Os coeficientes A e B podem ser avaliados através da combinação linear de senos e co-senos, cujo argumento é uma função do número de dias decorridos (DY).

A equação (2.5) expressa o coeficiente A_{sul} em função do número de dias decorridos desde primeiro de janeiro até a data considerada.

$$A_{sul} = A_0 + A_1 \cdot C_1 + A_2 \cdot C_2 + A_3 \cdot C_3 + A_4 \cdot S_1 + A_5 \cdot S_2 + A_6 \cdot S_3 \quad (2.5)$$

onde A_0 representa o valor médio anual de A_{sul} .

Os parâmetros C_1 a C_3 e S_1 a S_3 são dados pelas equações a seguir:

$$C_1 = \cos(x) \quad (2.5.a)$$

$$C_2 = \cos(2x) \quad (2.5.b)$$

$$C3 = \cos(3x) \quad (2.5.c)$$

$$S1 = \sin(x) \quad (2.5.d)$$

$$S2 = \sin(2x) \quad (2.5.e)$$

$$S3 = \sin(3x) \quad (2.5.f)$$

sendo x calculado através da equação a seguir:

$$x = \frac{2\pi \cdot DY}{366} \quad (2.5.g)$$

As constantes $A1, A2, \dots, A6$ podem ser determinadas através da solução de um sistema linear de 6 equações, formado a partir da aplicação do método dos mínimos quadrados, à equação (2.5). Maiores detalhes sobre este procedimento são apresentados no apêndice A.

Com relação a Constante de Absorção (B), adotou-se o mesmo procedimento, sendo a função escolhida para expressá-la também uma combinação linear de senos e co-senos. Desta forma tornou-se necessária a determinação dos coeficientes do polinômio trigonométrico, indicados na equação a seguir.

$$B_{sul} = B0 + B1 \cdot C1 + B2 \cdot C2 + B3 \cdot C3 + B4 \cdot S1 + B5 \cdot S2 + B6 \cdot S3 \quad (2.5.g)$$

No Apêndice A encontram-se também informações mais detalhadas sobre este procedimento.

2.2.3 Ângulos Solares

Na equação (2.1) M representa a razão entre o comprimento do caminho percorrido pelos raios solares através da atmosfera e o comprimento deste caminho se o Sol estivesse a pino.

Tal parâmetro, de acordo com a figura 2.1, pode ser obtido por

$$M = \overline{bp} / \overline{ap}.$$

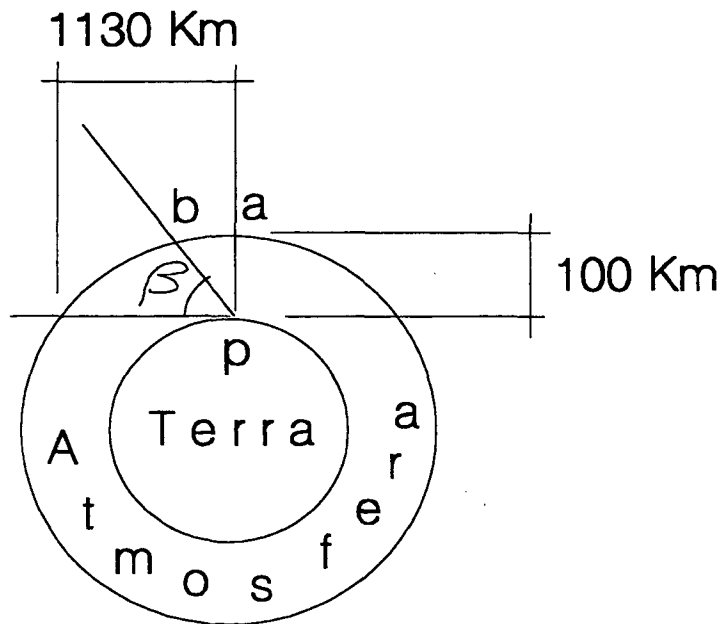


Fig. 2.1 - Percurso dos raios solares

Como $\sin \beta = \overline{ap} / \overline{bp}$, onde β representa a altitude solar, tem-se:

$$M = 1 / \sin \beta \quad (2.7)$$

A equação (2.7) é válida para um ponto (P) sobre a superfície terrestre e ao nível do mar. A altitude do local exerce uma influência menor que a do ângulo β , mas também deve ser considerada, o que é feito através da equação (2.8) [1].

$$M = \exp (-0,0001184 \text{ alt }) / \sin \beta \quad (2.8)$$

A altitude solar (β) é o ângulo formado por uma reta imaginária, paralela aos raios solares, e uma superfície horizontal, localizada sobre a superfície terrestre, como mostrado na figura 2.2.

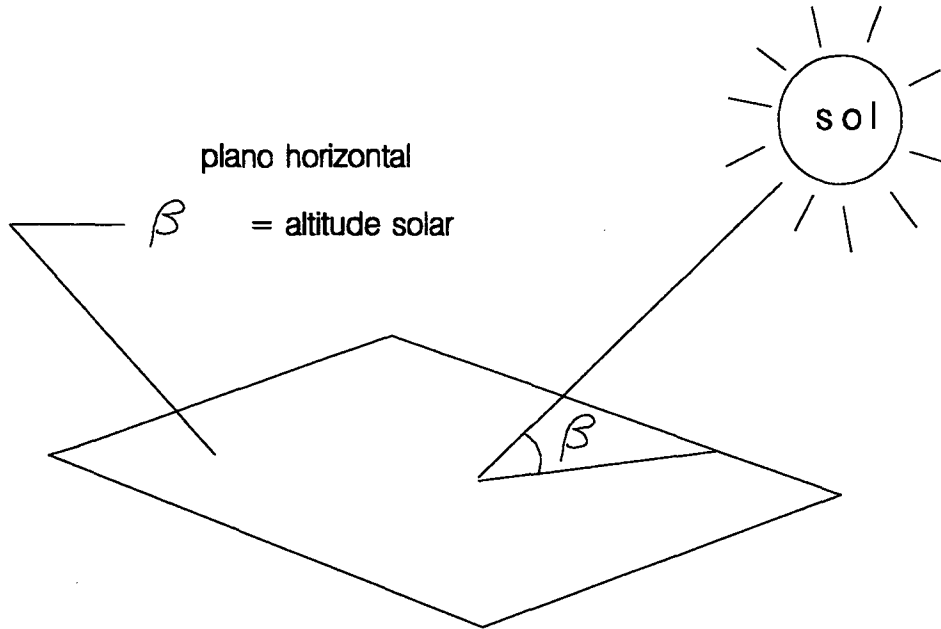


Fig. 2.2 - Representação da altitude solar

O ângulo β depende de três outros parâmetros, quais sejam: latitude local (φ), ângulo hora (ω) e declinação solar (δ). O ângulo hora (ω) é o ângulo de rotação da Terra em torno de seu eixo marcado a partir do meio dia solar local, sendo negativo pela manhã e positivo à tarde.

Na figura 2.3, mostra-se o efeito da latitude (φ) e da declinação solar (δ_s) sobre a altitude solar β , ao meio dia solar local ($\omega = 0$).

O plano horizontal (H_1) é tangente à superfície terrestre posicionado num local onde a latitude φ é igual a zero, enquanto o plano (H_2), também horizontal, é tangente a superfície terrestre no mesmo meridiano, porém num local com latitude φ diferente de zero (ver também figura 2.5).

Da figura 2.3, verifica-se que $\text{sen}(\beta) = \cos(\delta - \varphi)$. Assim:

$$\text{sen}(\beta) = \cos(\delta_s) \cos(\varphi) + \text{sen}(\varphi) \cos(\delta_s) \quad (2.8)$$

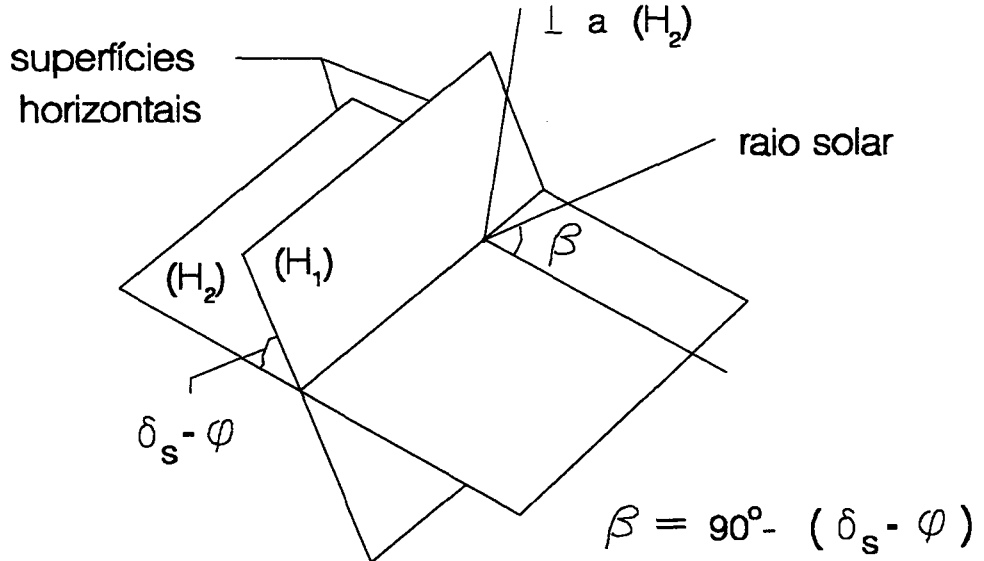


Fig. 2.3 - Influência da latitude e da declinação sobre a altitude solar

A figura 2.4 mostra, de forma esquemática, o movimento de um plano horizontal sobre a superfície terrestre em relação ao raio solar.

A expressão a ser adotada, válida para qualquer valor de ω é indicada a seguir. Detalhes de sua obtenção podem ser encontrados no apêndice A.

$$\text{sen}(\beta) = \cos(\delta_s) \cos(\varphi) \cos(\omega) + \text{sen}(\varphi) \cos(\delta_s) \quad (2.9)$$

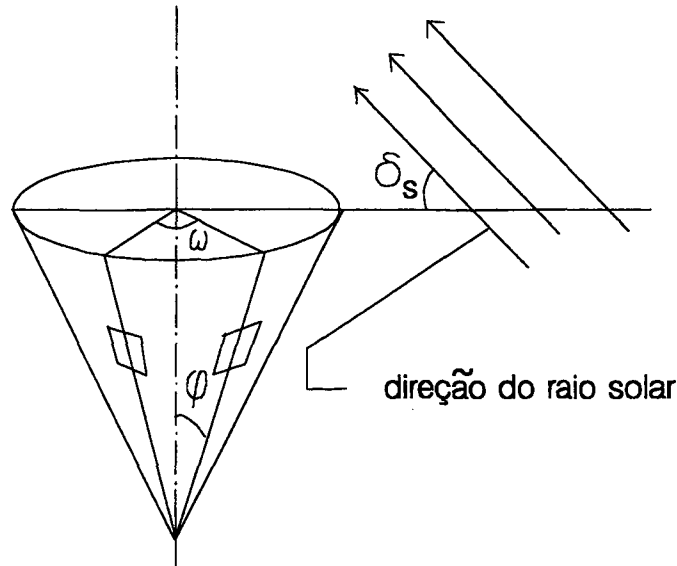


Fig. 2.4 - Movimento de um plano horizontal sobre a superfície terrestre em relação ao eixo de rotação da Terra

a) Determinação da declinação solar (δ_s)

A declinação solar (δ_s) é o ângulo compreendido entre a linha que une os centros da Terra e do Sol e a sua projeção sobre um plano que contém a circunferência do equador.

O ângulo (δ_s) varia ao longo do ano entre um valor mínimo de -23,45 graus no inverno, mais especificamente 21 de junho, até +23,45 graus no verão, propriamente em 21 de dezembro.

A figura 2.5 mostra o ângulo δ_s , positivo para o verão no hemisfério sul.

É possível observar nesta figura como os efeitos produzidos pela latitude e pela declinação solar se somam no inverno, tanto para o hemisfério norte quanto para o hemisfério sul, fazendo com que os raios solares atinjam a superfície terrestre numa direção mais oblíqua, diminuindo com isto a intensidade da radiação solar incidente.

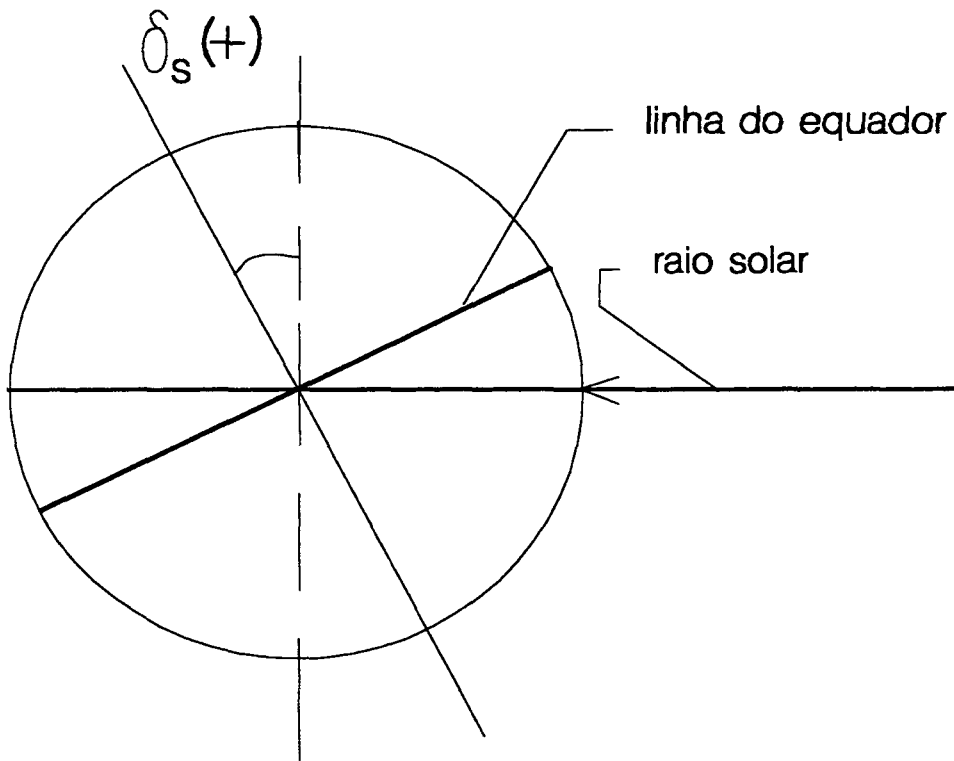


Fig. 2.5 - Ângulo de declinação solar

Vários procedimentos são propostos para representar a variação anual da declinação solar através de uma equação. Alguns procedimentos são apresentados e comparados a seguir. A equação proposta neste trabalho é a seguinte:

$$\delta_s = -0,302 + 22,93, C1 + 0,229 C2 + 0,243 C3 - 3,851 S1 - 0,002 S2 + 0,055 S3 \quad (2.10)$$

onde os parâmetros C1 a C3 e S1 a S3 são calculados pelas equações (2.5.a) a (2.5.f), sendo x dado pela equação (2.5.g).

Uma outra alternativa [1] é a equação (2.11), onde d_s corresponde ao total de dias decorridos a partir de 22 de setembro.

$$\delta_s = (23 + 27/60) \text{ sen } [(360 - d_s) / 365,25] \quad (2.11)$$

De acordo com Lunde [1], o ângulo δ_s pode também ser determinado através da seguinte equação:

$$\delta_s = - 23,45 \text{ sen } [(DY - 80) \cdot 360 / 370] \quad (2.12)$$

A equação (2.13) também se propõe a representar os valores da declinação solar ao longo do ano.

$$\delta_s = 180 / \pi [\text{arcsen}(- 0,398 \text{ sen } (0,001721 \text{ DY} + 0,03347 \text{ sen}(0,01721 \text{ DY}) - 1,4096))] \quad (2.13)$$

A comparação dos resultados apresentados por esta equações pode ser visualizada na tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Comparação dos resultados fornecidos pelas equações (2.10), (2.11), (2.12), (2.13).

Data	DY	d	δ_s	(2.10)	(2.11)	(2.12)	(2.13)
21/01	21	121	20,00	20,03	20,46	19,75	20,03
21/02	52	132	10,00	11,04	11,78	10,73	10,77
21/03	80	180	0,00	0,15	1,06	0,00	0,00
21/04	111	211	-11,60	-11,66	-11,00	-11,78	-11,65
21/05	141	241	-20,00	-19,98	-19,79	-20,17	-20,06
21/06	172	272	-23,45	-23,32	-23,44	-23,45	-23,45
21/07	202	302	-20,60	-20,67	-20,77	-20,57	-20,62
21/08	233	333	-12,30	-12,42	-12,35	-12,13	-12,33
21/09	264	364	0,00	- 0,78	- 0,50	- 0,40	- 0,93
21/10	294	29	-10,50	10,70	11,22	11,09	10,53
21/11	325	60	-19,80	19,65	20,13	19,97	19,83
21/12	355	90	-23,45	23,15	23,44	23,43	23,45

Das equações mencionadas para avaliar a declinação solar (δ_s), apenas a equação (2.11) destoa um pouco mais quando são comparados os somatórios dos desvios quadrados em relação aos valores tabelados. Tanto a equação (2.10), desenvolvida neste trabalho e ajustada pelo método dos mínimos quadrados, a partir dos valores dados por Lunde [1] para a declinação solar (δ_s), quanto as demais, podem ser utilizadas sem prejuízo algum para os resultados.

b) Determinação do ângulo-hora (ω)

O ângulo-hora (ω) está associado com a hora solar, que por sua vez difere da hora civil local. A equação (2.14) correlaciona a hora solar com o ângulo-hora, sendo este igual a zero no meio dia solar.

$$\omega = (HS - 12) \cdot \pi / 12 \quad (2.14)$$

No plano normal ao eixo terrestre, que contém um ponto que identifica a latitude do local, é marcado o ângulo-hora.

A hora civil local sofre correção em relação a hora solar devido basicamente a dois fatores.

i) Afastamento do meridiano do local em relação ao meridiano de Greenwich (longitude)

ii) Correção devido às pequenas acelerações e desacelerações a que a Terra está sujeita nos seus movimentos de rotação e translação.

A equação (2.15) fornece a relação entre a hora civil e a hora solar, onde FCTT representa a correção devido aos fatores i) e ii) mencionados.

$$HS = HC - FCTT \quad (2.15)$$

A partir do meridiano de Greenwich são traçados meridianos padrões defasados de 15 em 15 graus.

A correção FCTT incorpora o afastamento do meridiano local a um desses meridianos-padrões, normalmente referente a hora oficial do país.

A equação (2.16) estabelece o cálculo de FCTT.

$$FCTT = -ET - TZN + LONG / 15 \quad (2.16)$$

onde:

LOG /15 - número de horas defasadas do meridiano de Greenwich

TZN - número de horas do meridiano padrão a oeste do meridiano de Greenwich

O gráfico da figura 2.6 mostra a equação do tempo (ET), em minutos, em função do número de dias decorridos a partir de primeiro de janeiro (DY).

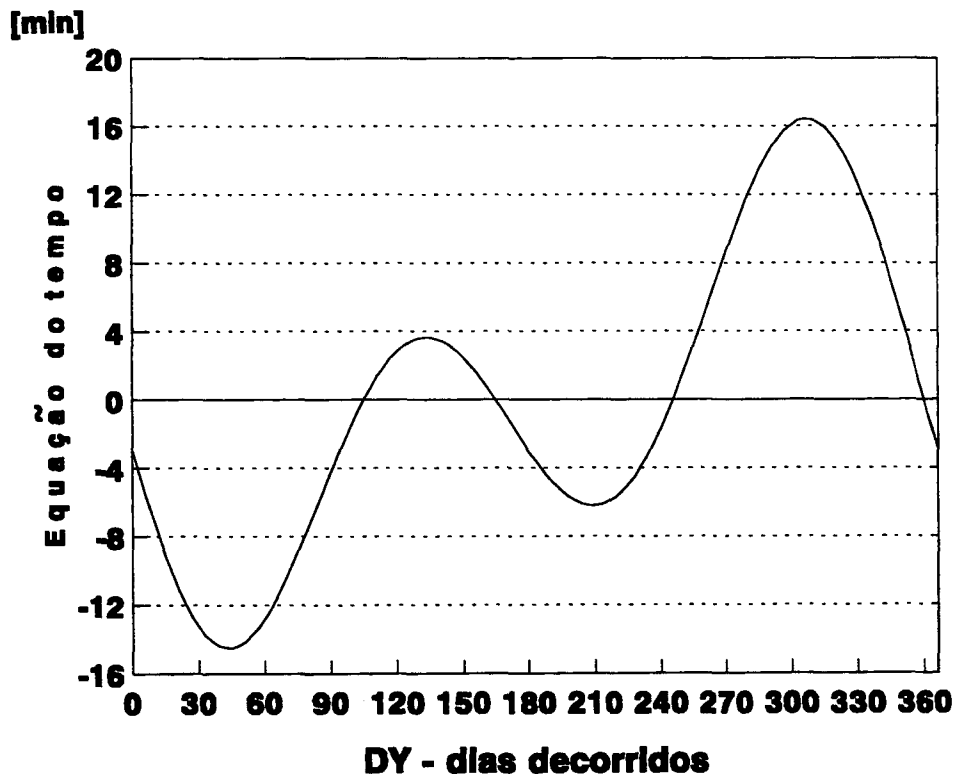


Fig. 2.6 - Correção para a órbita terrestre

A equação (2.17), desenvolvida neste trabalho, estabelece o cálculo de ET em função de DY.

$$ET = A0_{et} + A1_{et} C1 + A2_{et} C2 + A3_{et} C3 + A4_{et} S1 + A5_{et} S2 + A6_{et} S3 \quad (2.17)$$

Os valores das constantes $A0_{et}$, $A1_{et}$, ..., $A6_{et}$ encontram-se no apêndice A. Do mesmo modo que para os coeficientes A e B, ET é expresso através de combinação linear de senos e co-senos.

Para que se possa determinar a quantidade total de radiação incidente numa superfície, nas formas direta e difusa, é necessário que se conheçam alguns ângulos que estabelecem a orientação de tal superfície. Para tanto, considere-se a figura 2.7, que mostra uma superfície denotada por (S).

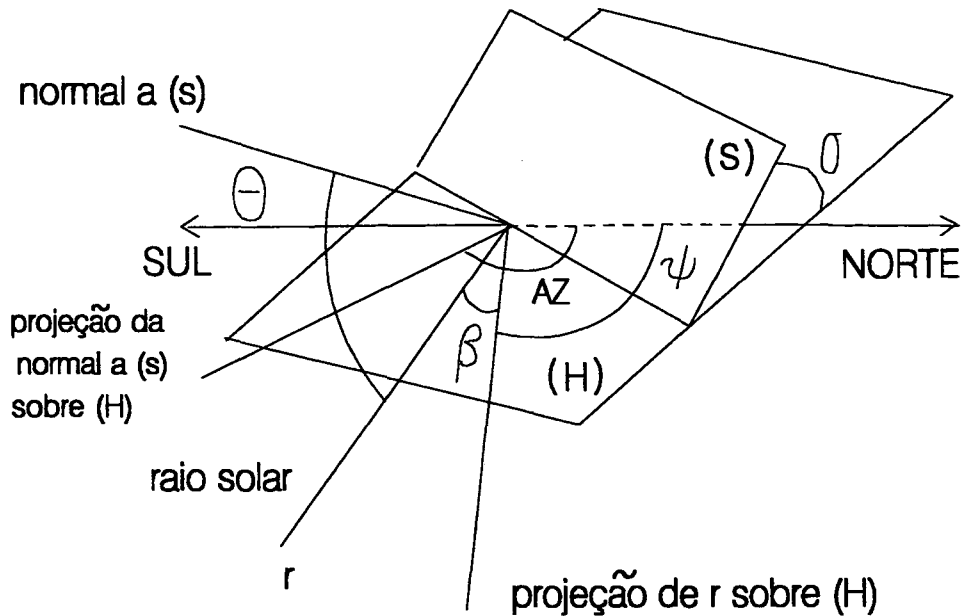


Fig. 2.7 - Orientação de uma superfície (s) em relação aos ângulos solares

Nesta figura o ângulo θ , conhecido como ângulo de incidência, é um parâmetro fundamental na determinação da orientação dos raios solares para a avaliação das radiações solares incidentes. Ao longo do texto mostra-se como determiná-lo.

O ângulo σ é chamado de ângulo de inclinação da superfície (S), enquanto o ângulo AZ é conhecido como azimute solar de parede.

O ângulo ψ é denominado de azimute solar. Conhecendo-se o azimute solar (ψ) e a altitude solar (β), ao longo de um dia, é possível se elaborar diagramas que representam o caminho solar.

c) Determinação do azimute solar

O ângulo ψ , na figura 2.7, é o ângulo compreendido entre o norte e a direção da projeção normal do raio solar sobre a superfície horizontal. A figura 2.8 estabelece a convenção de sinal para o azimute solar.

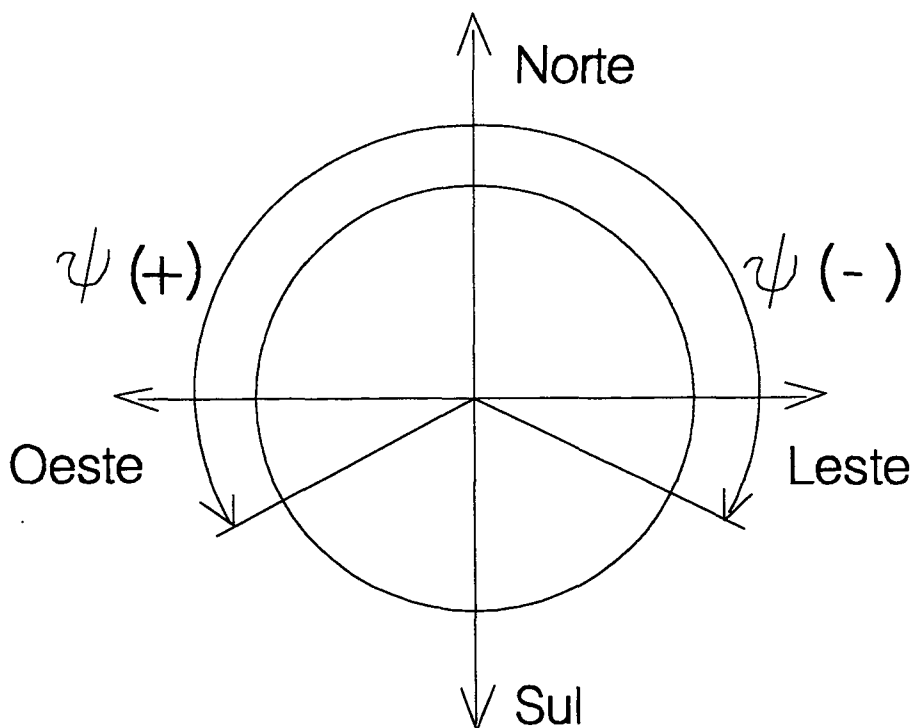


Fig. 2.8 - Convenção para o azimute solar

Colocado desta forma, o azimuth solar é um ângulo positivo a tarde e negativo de manhã, no hemisfério sul.

A equação (2.18) relaciona os demais ângulos com o azimuth solar.

$$\cos \psi = \frac{\cos \delta_s \cos \omega}{\cos \beta} \quad (2.18)$$

O desenvolvimento desta expressão está também apresentado no Apêndice A.

d) Determinação do ângulo de incidência (θ)

O ângulo θ é chamado de ângulo de incidência. É o ângulo, compreendido entre o raio solar e a normal à superfície considerada (S).

Quando a superfície (S) coincide com a superfície horizontal (H), isto é, $\sigma = 0$, o ângulo θ é o complementar da altitude solar (β).

O azimuth de parede é o ângulo compreendido entre a projeção da normal à superfície sobre um plano horizontal e o norte, no sentido horário.

A equação (2.19) estabelece o cálculo para o ângulo de incidência (θ) em função dos outros ângulos solares. O desenvolvimento desta equação também pode ser encontrado no Apêndice A.

$$\theta = \arcsin (\cos \beta \cos \gamma \sin \sigma + \sin \beta \sin \gamma) \quad (2.19)$$

2.2.4 Cálculo da radiação direta

Através da hora civil local determina-se o ângulo hora pelas equações (2.14) e (2.15). Conforme a orientação da superfície em questão determina-se o ângulo de incidência do raio solar pela equação (2.19). A radiação direta sobre esta superfície é então dada pela seguinte equação.

$$I_{\text{dir}} = I_{\text{DN}} \cos (\theta) \quad (2.20)$$

2.2.5 Cálculo da Radiação Difusa

Uma parcela de radiação solar que atinge a superfície terrestre encontra-se na forma de radiação difusa. É proveniente da reflexão em nuvens e do espalhamento na atmosfera, devido a concentração de gases e vapor d'água. Em dias claros esta parcela não ultrapassa uma faixa de 5 a 10% de radiação solar total incidente.

Para a determinação da radiação difusa, torna-se necessário o conhecimento do coeficiente C , que representa uma média mensal da relação entre a radiação difusa e a radiação global. Este coeficiente foi fornecido inicialmente pela ASHRAE [8]. Mais recentemente M. A. Machler e M. Iqbal [2] propuseram uma modificação no modelo da ASHRAE, conforme já exposto.

A tabela 2.5 apresenta os valores do coeficiente C , propostos pela ASHRAE e por M.A. Machler [2], ambos para o hemisfério norte. São apresentados também os valores deste coeficiente para o hemisfério sul, defasados de seis meses, de acordo com as recomendações de Lunde [1].

Tabela 2.5 - Valores da coeficiente C para cálculo de radiação difusa

Data	DY	$C_{\text{norte}}^{[2]}$	$C_{\text{norte}}^{[8]}$	C_{sul}
21/01	21	0,103	0,058	0,138
21/02	52	0,104	0,060	0,134
21/03	80	0,109	0,071	0,121
21/04	111	0,120	0,097	0,111
21/05	141	0,130	0,121	0,106
21/06	172	0,137	0,134	0,103
21/07	202	0,138	0,136	0,103
21/08	233	0,134	0,122	0,104
21/09	264	0,121	0,092	0,109
21/10	294	0,111	0,073	0,120
21/11	325	0,106	0,063	0,130
21/12	355	0,103	0,057	0,137

De acordo com o procedimento descrito para os coeficientes A (constante Solar Aparente) e B (constante de Absorção), estabeleceu-se também um polinômio trigonométrico para determinar C em função de DY. Tal polinômio tem a seguinte forma.

$$C = c_0 + c_1 \cdot C_1 + c_2 \cdot C_2 + c_3 \cdot C_3 + c_4 \cdot S_1 + c_5 \cdot S_2 + c_6 \cdot S_3 \quad (2.21)$$

Os coeficientes $c_0, c_1, c_2, \dots, c_6$ foram determinados pelo método dos mínimos quadrados, de forma idêntica aos coeficientes empregados nas avaliações das constantes A e B. Detalhes deste procedimento encontram-se no Apêndice A.

A equação (2.22) possibilita então o cálculo da radiação solar difusa incidente sobre uma superfície horizontal [1].

$$H_{dif} = C \cdot IDN \quad (2.22)$$

Para uma superfície com uma posição qualquer em relação a horizontal, a radiação difusa que atinge esta superfície pode ser dividida em duas parcelas: uma refletida pelas nuvens e espalhada através da atmosfera e outra procedente da radiação refletida pelo solo.

A equação (2.23) fornece a parcela da radiação difusa proveniente do espalhamento na atmosfera.

$$I_{dif} = C \cdot IDN \cdot (1 + \cos \sigma) / 2 \quad (2.23)$$

O termo $(1 + \cos \sigma) / 2$ atua como um fator de forma entre superfície e uma superfície hemisférica formada pelas nuvens e a atmosfera.

A parcela da radiação difusa refletida pelo solo pode ser calculada pela equação a seguir.

$$I_{solo} = (IDH + C \cdot IDN) \cdot GR \cdot (1 - \cos \sigma) / 2 \quad (2.24)$$

O fator $(IDH + C \cdot IDN)$ corresponde a radiação solar incidente sobre uma superfície horizontal (solo). Desta radiação, uma fração (GR) é refletida. Uma parcela desta fração atinge a superfície, dada pelo fator de forma $(1 - \cos \sigma) / 2$.

Pode-se portanto determinar a radiação difusa total incidente sobre uma superfície, através da adição das equações (2.23) e (2.25).

$$I_{\text{dif tot}} = I_{\text{dif}} + I_{\text{solo}} \quad (2.25)$$

A radiação total incidente sobre uma superfície pode agora ser determinada, bastando para tanto que as equações (2.20) e (2.25) sejam adicionadas.

$$I_{\text{total}} = I_{\text{dir}} + I_{\text{dif tot}} \quad (2.26)$$

2.2.6 Aplicação do modelo na avaliação da radiação solar sobre superfícies, localizadas na cidade de Florianópolis (SC), (latitude de 27 ° 35' e longitude de 48 ° 34')

No presente trabalho, tornou-se necessário conhecer a radiação solar total incidente sobre várias superfícies, cada uma das quais com sua orientação e dimensões específicas. Tal informação é fundamental na análise do balanço térmico de uma ambiente.

A figura 2.9 mostra os valores da radiação solar nas formas difusa, direta e total, incidindo sobre uma superfície horizontal para um dia típico de verão (21 de janeiro).

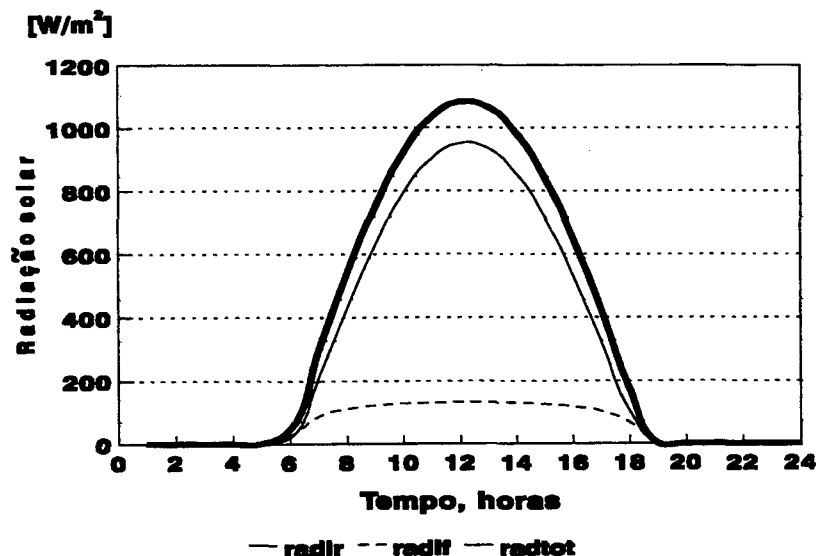


Fig. 2.9 - Superfície horizontal - 21/janeiro

Estes valores são válidos para um dia com céu claro. Para dias nublados, alguns fatores de correção devem ser empregados, (ver por exemplo o trabalho de Rzatki [9]).

Nota-se neste caso que a superfície está sempre exposta à radiação direta durante o dia, como era de se esperar. O valor máximo ocorre ao meio dia solar, 12 h e 25 min (hora civil local).

Para esta data do ano o sol nasce às 5h e 31 min e se põe às 18 h 59 min.

Na figura 2.10 mostra-se a radiação solar incidente sobre uma superfície orientada para o leste.

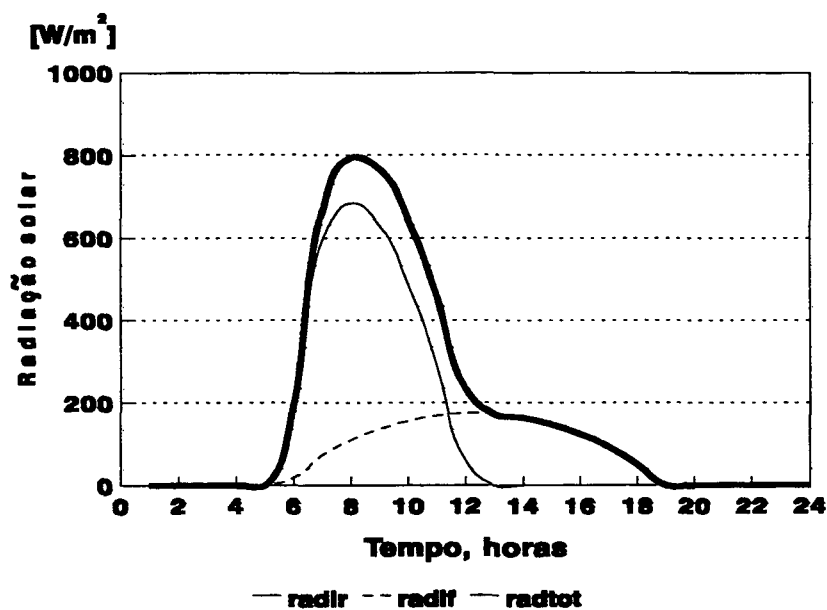


Fig. 2.10 - Superfície leste - 21/janeiro

Neste caso observa-se que o valor máximo da intensidade da radiação solar não ocorre ao meio dia. Como a radiação direta exerce maior influência na radiação total, verifica-se que o ponto de máxima radiação total ocorre numa hora bastante próxima da hora em que o ângulo de incidência é mínimo, ou seja por volta das 8 horas da manhã.

Ainda na figura 2.10, pode-se observar que, a partir das 13 horas, os raios solares não mais incidem diretamente na superfície.

A radiação difusa (procedente da reflexão da radiação direta pelas nuvens e pelo solo) apresenta sempre o ponto de máximo no meio dia solar, onde a altitude solar β é de 90 graus.

Para uma superfície voltada para o sul, o modelo fornece o resultado apresentado na figura 2.11.

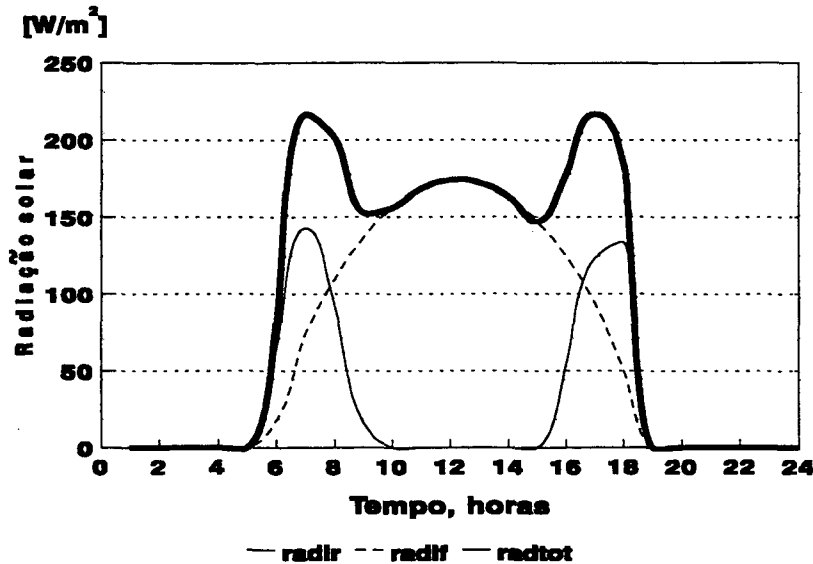


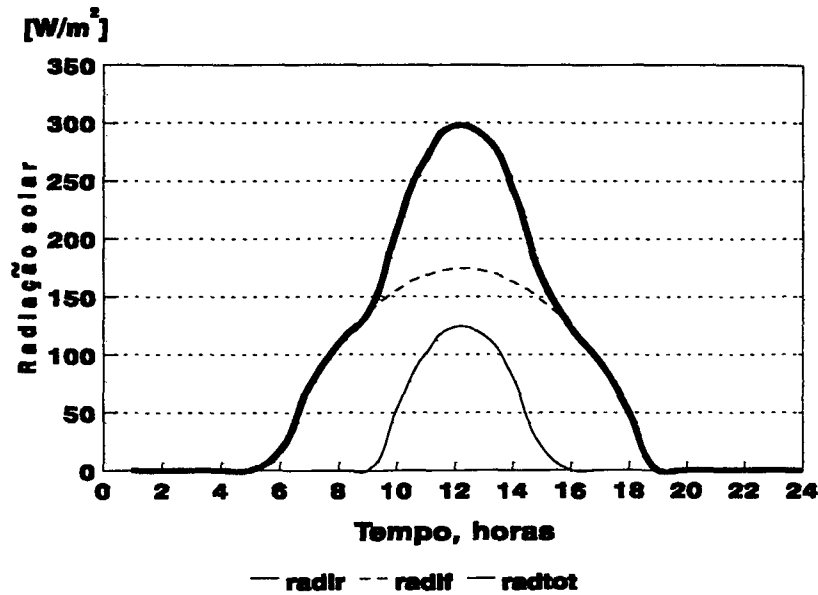
Fig. 2-11 - Superfície sul - 21/janeiro

Observa-se que os raios solares deixam de incidir na superfície por volta das 10 horas da manhã, retornando somente por volta das 14 horas e 30 minutos.

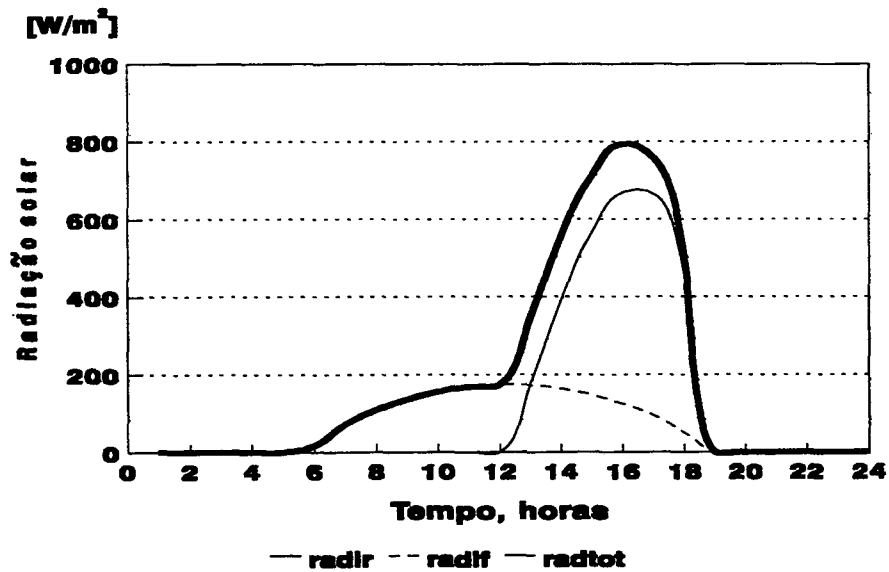
Como consequência, para esta orientação, aparecem nesta época do ano dois pontos de radiação máxima. Um as 7 horas e outro as 17 horas.

Quando a superfície está orientada para o norte, ocorre um atraso no aparecimento da radiação direta, já que os raios solares somente incidem sobre a superfície após as 8 horas, como mostra a figura 2.12.

Para este caso, o ponto de máximo ocorre ao meio dia solar. A radiação direta desaparece por volta das 16 horas enquanto que a radiação difusa permanece até próximo das 20 horas. Esta defasagem entre elas é responsável pelos pontos de inflexão que aparecem na curva para radiação total.



Se a superfície for orientada para oeste, obtém-se uma situação simétrica àquela mostrada na figura 2.10, (Ver figura 2.13).



Neste caso o ponto de radiação total máxima ocorre próximo das 16 horas. A radiação direta só começa a incidir sobre esta superfície depois das 11 horas e 30 minutos.

Analizando-se agora o efeito da orientação da superfície para um dia típico de inverno (21 de julho) no hemisfério sul, verifica-se que a radiação global é cerca de 60 % daquela verificada em 21 de janeiro (ver figura 2.14).

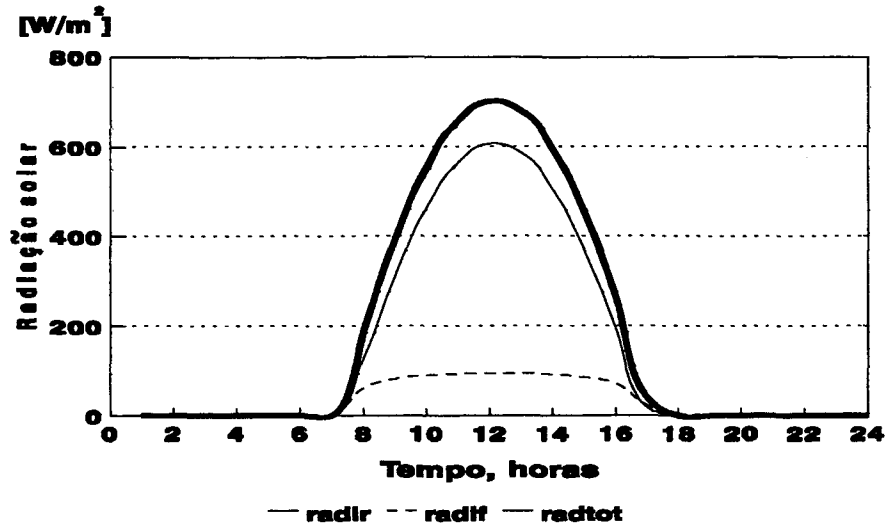


Fig. 2.14 - Superfície horizontal - 21/julho

Os resultados para 21 de julho para uma superfície orientada para o leste são apresentados na figura 2.15.

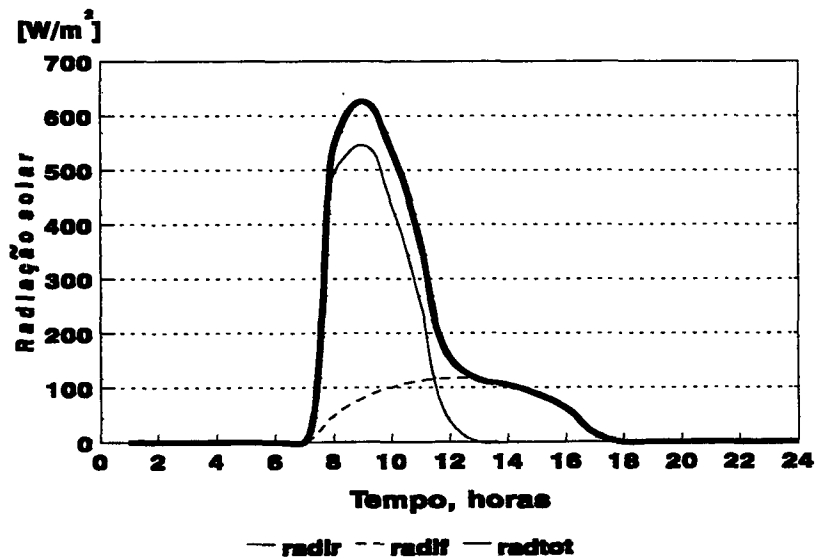


Fig. 2.15 - Superfície leste - 21/julho

Comparando-se com os resultados apresentados na figura 2.10, nota-se apenas uma redução nos valores das radiações. É bem verdade que o período de exposição é mais reduzido para esta data do ano, pois o sol nasce às 6 h 55 min e se põe às 17 h 24 min.

No entanto, se a superfície estiver orientada para o sul, como mostra a figura 2.16, observa-se uma mudança significativa na radiação incidente, em relação a um dia típico de verão (ver figura 2.11).

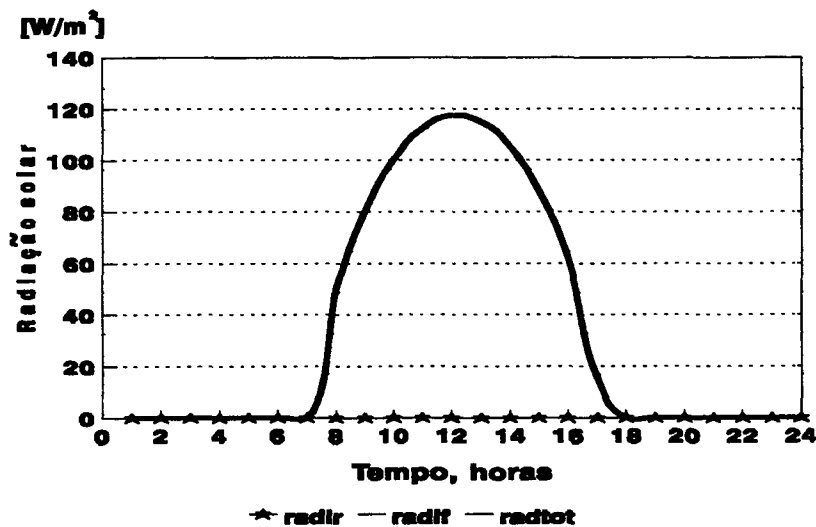


Fig. 2.16 - Superfície sul - 21/julho

Para o hemisfério sul, no inverno, o sol nasce entre o leste e o norte e se põe antes do oeste. Desta forma, nesta época os raios solares não incidem sobre uma superfície orientada para o sul. A radiação global coincide portanto com a radiação difusa.

A figura 2.17 mostra as radiações incidentes sobre uma superfície orientada para o norte. Durante todo o dia os raios solares incidem sobre a superfície. Por isto, neste caso, não aparecem os pontos de inflexão mostrados na figura 2.12.

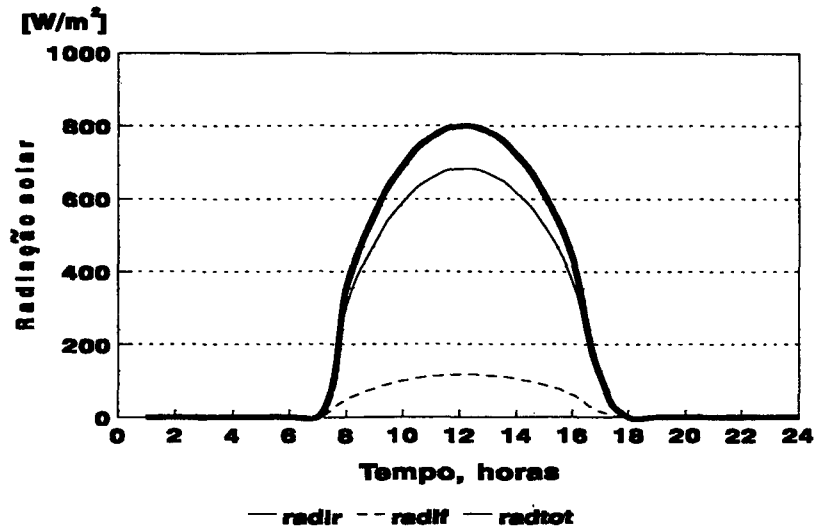


Fig. 2.17 - Superfície norte - 21/julho

Enquanto o aspecto da curva de radiação solar incidente, para as superfícies orientadas para o norte ou para o sul, varia de um dia típico de verão para um dia típico de inverno, para as superfícies com orientação para leste ou oeste, isto não se verifica.

Na figura 2.18, para uma superfície orientada para o oeste, observa-se mais uma vez uma simetria em relação à figura 2.15. O mesmo fato apareceu anteriormente quando da comparação entre as figura 2.10 e 2.13.

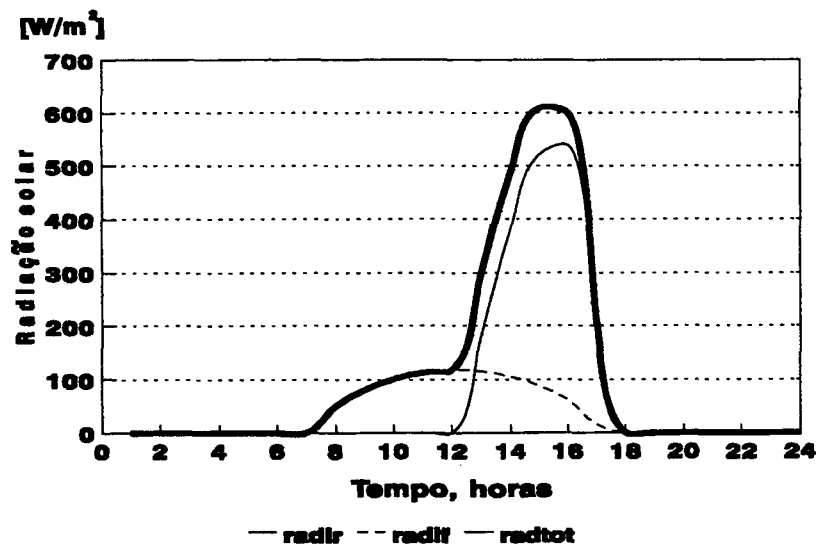


Fig. 2.18 - Superfície oeste - 21/julho

Poderiam ser apresentados ainda outros resultados para diversas orientações de superfícies verticais. Para a análise desejada, cabe no entanto, a partir de agora, tão somente realizar um estudo sobre aqueles elementos que constituem o objetivo deste trabalho, ou seja telhados.

A figura 2.19 mostra, em perspectiva, a disposição das superfícies que compõe o telhado escolhido a título de ilustração das potencialidades do modelo desenvolvido.

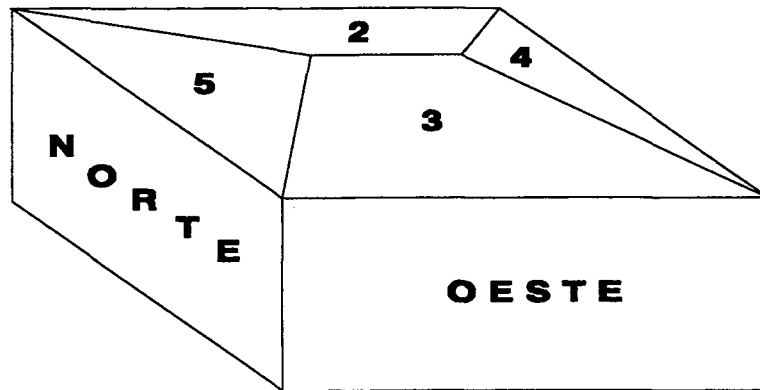


Fig. 2.19 - Perspectiva do telhado para análise da radiação solar

A figura 2.20 mostra as superfícies do telhado dispostas num único plano com uma indexação. Esta indexação é necessária para a identificação de cada superfície ao longo do texto.

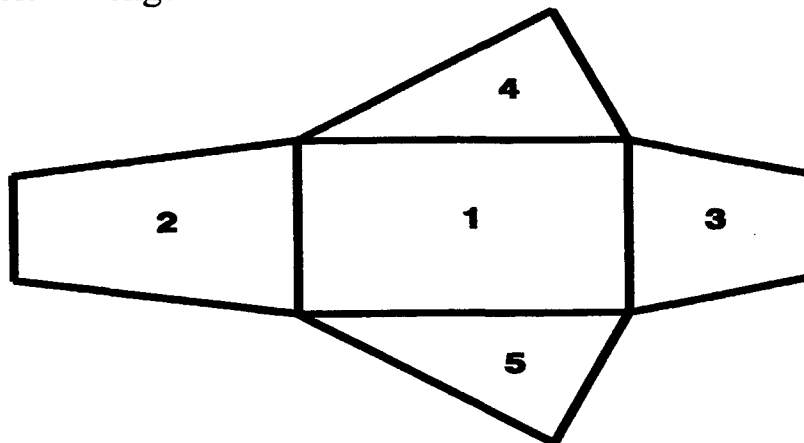


Fig. 2.20 - Disposição planificada das superfícies do telhado

Para que se possa avaliar a radiação incidente sobre cada uma das superfícies do telhado, levam-se em consideração os resultados já obtidos para as superfícies verticais adjacentes. Deste modo a superfície número 2 do telhado é adjacente à superfície vertical orientada para o leste. A superfície número 3 é adjacente a superfície vertical orientada para o oeste, e assim por diante.

É necessário também que sejam conhecidos os ângulos de inclinação dessas superfícies, em relação a uma superfície horizontal, bem como os respectivos ângulos de incidência dos raios solares a cada hora sobre as mesmas.

Com este objetivo, foram desenvolvidos algoritmos, que a partir de parâmetros geométricos conhecidos, determinam o valor de cada um desses ângulos.

Conhecidos tais ângulos, pode-se fazer uso da equação (2.27) e então determinar a radiação solar direta incidente.

$$ATDIR_{ij} = IDN \cdot \cos(\theta_{ij}) \quad (2.27)$$

Nesta equação, $ATDIR_{ij}$ é a radiação direta que incide sobre a superfície “t” do telhado na hora “j”, e θ_{ij} é o ângulo de incidência do raio solar sobre a superfície “t” na hora “j”.

Os ângulos θ_{ij} podem ser obtidos pela equação (2.19). Cabe observar que ângulo γ , presente na equação (2.19), é o mesmo para uma determinada superfície “t” do telhado e para a sua superfície vertical adjacente na mesma hora “j”, enquanto o ângulo σ assume o valor de σ_t .

As radiações solares de natureza difusa, que incidem sobre cada superfície “t” do telhado ($ATDIFG_t$), podem ser determinadas, a partir das radiações difusas conhecidas para as superfícies verticais adjacentes. A equação (2.28) permite que se calcule a radiação difusa, proveniente da reflexão no solo, incidente sobre cada superfície “t” do telhado na hora “j”.

$$ATDIFG_{ij} = RADIFG_j \cdot (1 - \cos \sigma_t) \quad (2.28)$$

Nesta equação, o fator $RADIFG_j$ é a radiação difusa proveniente da reflexão dos raios solares no solo, que atinge a superfície vertical adjacente

à superfície “t”. Esta radiação pode ser calculada pela equação (2.24), como foi mostrado anteriormente.

Observa-se ainda que $(1 - \cos \sigma_t)$ atua como um fator de forma, pois quando σ_t for 90 graus, a superfície torna-se vertical e as intensidades de radiação solar, em Watts/m², para a superfície “t” e para a sua vertical adjacente, tornam-se coincidentes.

Por outro lado, quando σ_t tende para zero, a superfície “t” tende a uma superfície horizontal. Neste caso, nenhuma radiação refletida pelo solo atinge a superfície “t”.

A outra parcela da radiação difusa, incidente sobre a superfície “t”, pode ser obtida pelo uso da equação (2.29).

$$ATDIFS_{tj} = RADIFS_j \cdot (1 + \cos \sigma_t) \quad (2.29)$$

As considerações feitas para a equação (2.28) também se aplicam analogamente à equação (2.29). Deve-se entretanto mencionar, que se a superfície “t” for horizontal, o valor da radiação solar incidente será máximo e não nulo, como no caso anterior.

A seguir são apresentados, em uma forma simples e objetiva, alguns resultados obtidos, considerando-se as superfícies de um telhado.

2.2.7 Estimativa da radiação solar incidente sobre as superfícies de um telhado

Com o conhecimento prévio dos parâmetros geométricos, que definem a forma e o tamanho do telhado, o algoritmo desenvolvido permitiu a determinação dos ângulos de inclinação, para as superfícies 2,3,4,5, os quais são mostrados na tabela 2.6.

Tabela 2.6 - Ângulos de inclinação das superfícies do telhado em consideração

superfície (t)	2	3	4	5
ângulo de inclinação (σ)	34° 24'	34° 24'	50° 57'	50° 57'

Utilizando as equações (2.27), (2.28) e (2.29), determina-se a radiação incidente sobre cada uma das superfícies. Cabe frisar que as orientações podem ser arbitrárias, havendo apenas a necessidade de se relacionar cada superfície do telhado com a sua superfície vertical adjacente.

A figura 2.21 mostra o comportamento, ao longo de um dia típico de verão, da radiação solar incidente sobre a superfície número 2 do telhado.

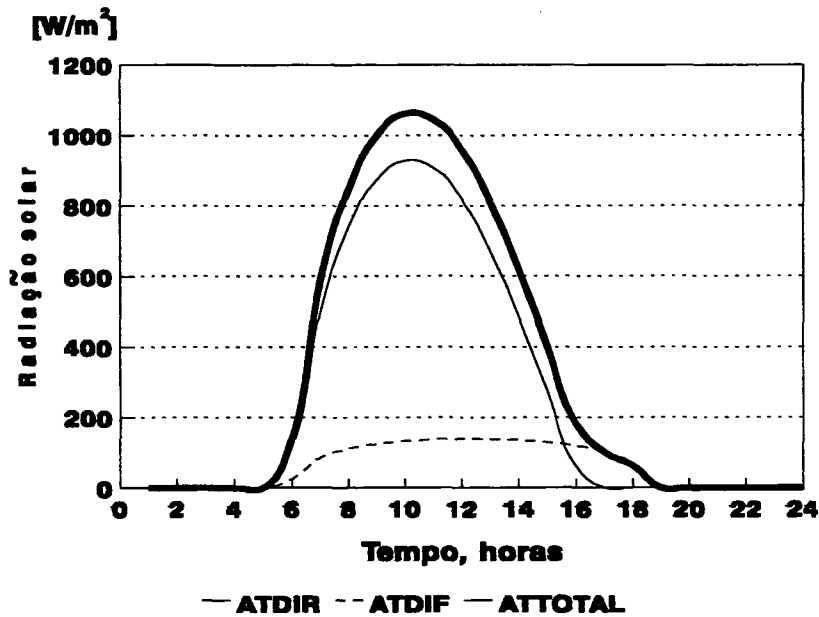


Fig. 2.21 - Superfície 2 do ático - 21/janeiro

Comparando a figura 2.21 com a figura 2.10, percebe-se que a superfície 2 do telhado sofre uma maior exposição aos raios solares do que a superfície leste. A radiação direta deixa de incidir nesta superfície por volta das 17 horas, enquanto que na superfície leste isto ocorre após as 13 horas.

Nota-se também que a radiação máxima incidente sobre a superfície do telhado é maior do que o registrado para a superfície leste. Isto se deve ao fato do ângulo de incidência mínimo ser, neste caso, inferior ao da situação mostrada na figura 2.10.

A figura 2.22 mostra resultados similares para a superfície 4, do telhado.

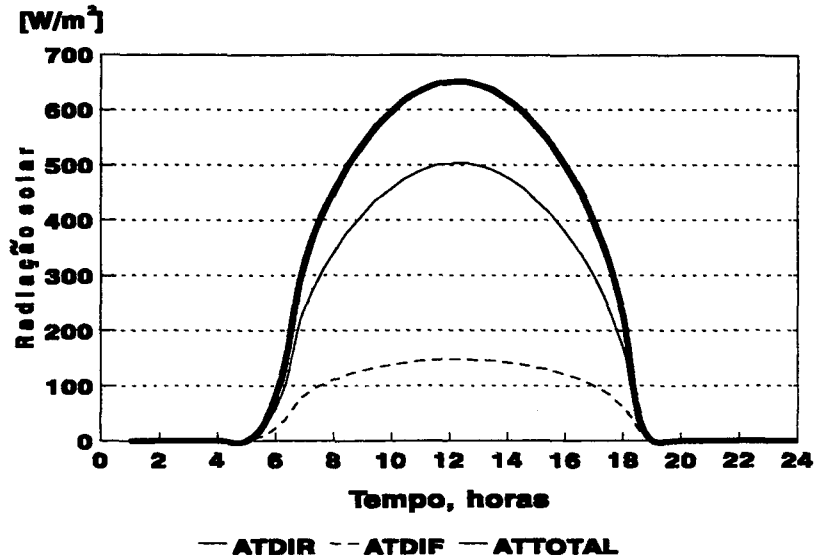


Fig. 2.22 - Superfície 4 do ático - 21/janeiro

Pode-se observar que esta superfície está exposta ao sol durante todo o dia, embora a sua superfície vertical adjacente esteja orientada para o sul. A intensidade da radiação solar total sobre esta superfície é bastante significativa, quando comparada com a da figura 2.11. O ponto de máxima radiação total chega a ser três vezes superior aos valores máximos, mostrados na figura 2.11.

A figura 2.23 apresenta os resultados para a superfície número 3 do telhado, cuja superfície vertical adjacente é a parede oeste, (AZ) idêntico ao da parede oeste.

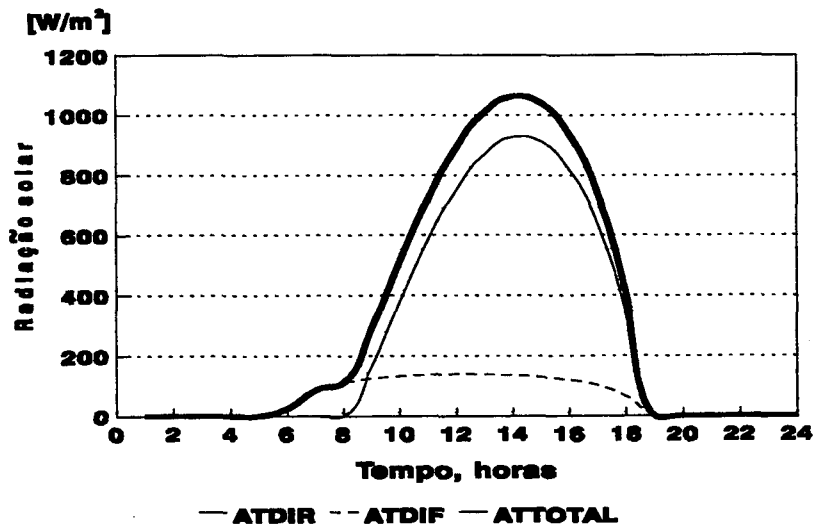


Fig. 2.23 - Superfície 3 do ático - 21/janeiro

De acordo com a tabela 2.6, a superfície número 3 do telhado apresenta a mesma inclinação da superfície número 2. Para estas superfícies, a diferença de orientação é de 180 graus. É de se esperar, portanto, uma simetria nos resultados, em relação ao meio dia solar, o que pode ser verificado através das figuras 2.23 e 2.24.

A comparação da figura 2.23 com a figura 2.13 fornece uma situação análoga a já discutida quando da comparação entre as figuras 2.21 e 2.10.

A figura 2.24 mostra a radiação solar incidente sobre a superfície número 5 do telhado para um dia típico de verão.

Constata-se que os raios solares não incidem sobre esta superfície, apenas na primeira hora após o nascimento do sol e na última hora antes do por do sol. Este efeito é bem mais acentuado na superfície norte, que só recebe a incidência dos raios solares após as 8 horas da manhã (ver figura 2.12).

Do conjunto de superfícies escolhido para análise da radiação solar, as superfícies 4 e 5 do telhado são simétricas em relação a um plano horizontal. O fato das figuras 2.22 e 2.24 não serem iguais deve-se ao sol não passar a pino, na época do ano e no local estudado, isto é, β não atingir 90 graus.

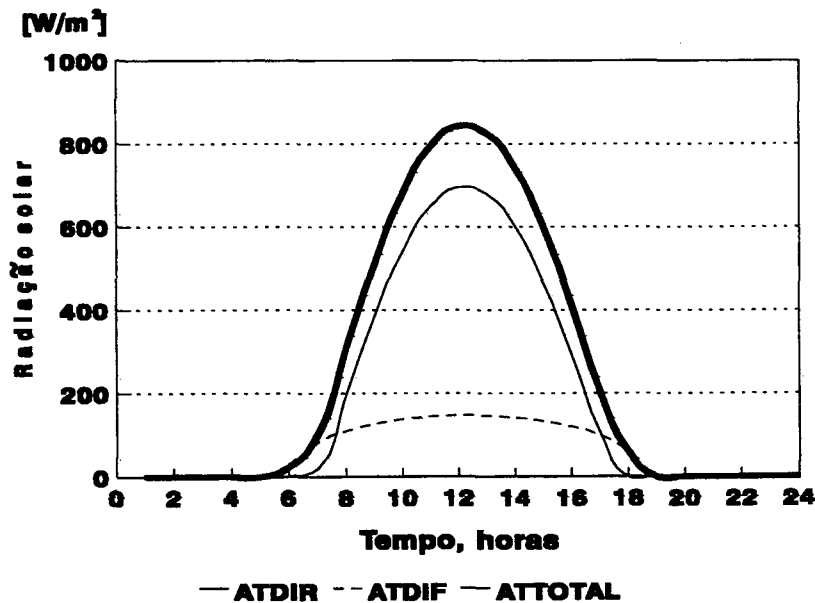


Fig. 2.24 - Superfície 5 do ático - 21/janeiro

No inverno, e no hemisfério sul, $|\psi|$ (módulo do azimuth solar) é menor do que 90 graus (ver figura 2.8). As consequências deste fato são mostradas a seguir, para as superfícies do telhado.

Na figura 2.25 é mostrado o perfil horário da radiação solar incidente sobre a superfície 2 do telhado, em um dia típico de inverno.

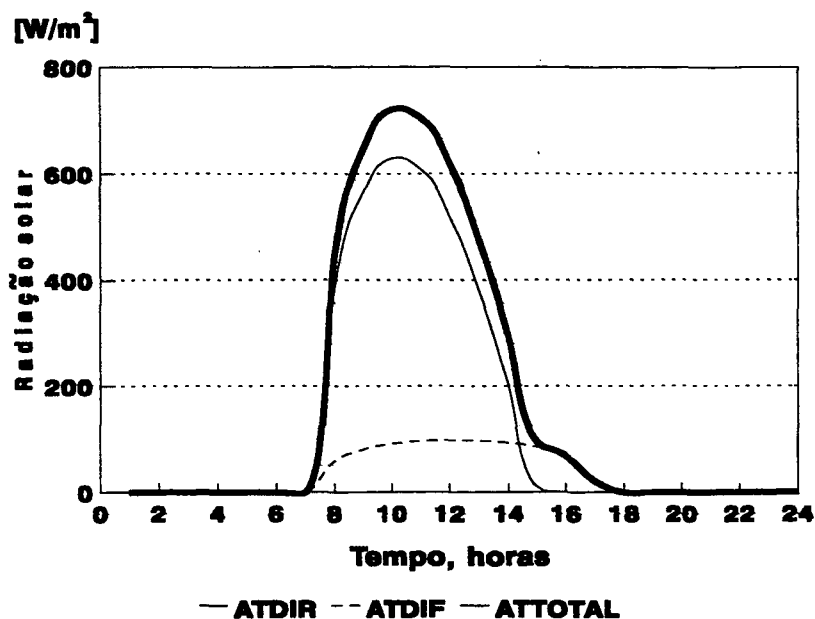


Fig. 2.25 - Superfície 2 do ático - 21/julho

As alterações mais significativas, em relação aos resultados mostrados para o verão, dizem respeito a intensidade de radiação e ao tempo de exposição aos raios solares.

Para a superfície número 4 (figura 2.26) nota-se que a mesma permanece totalmente à sombra, recebendo assim somente radiação difusa.

A figura 7.27 mostra uma análise semelhante para a superfície número 3. O efeito produzido pela mudança de estações é o mesmo apresentado anteriormente para a superfície 2.

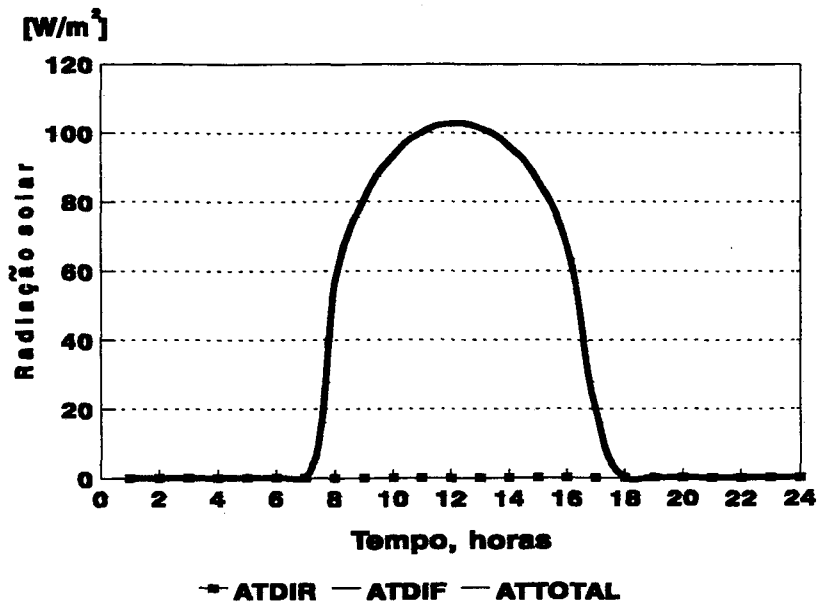


Fig. 2.26 - Superfície 4 do ático - 21/julho

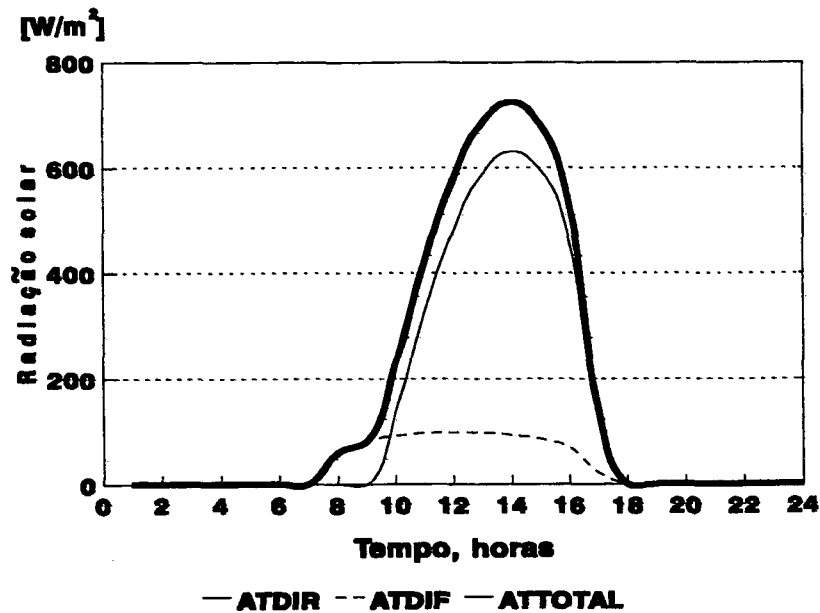


Fig. 2.27 - Superfície 3 do ático - 21/julho

A importância da orientação de uma superfície fica ressaltada quando se observam os resultados obtidos para a superfície número 5. Na figura 2.28, constata-se que esta superfície recebe maior radiação em 21 de julho do que em 21 de janeiro (ver figura 2.24).

Embora o tempo de exposição seja menor no inverno, os níveis de radiação chegam a 18 % superiores. Este fato se deve exclusivamente à posição frontal da superfície, aos raios solares.

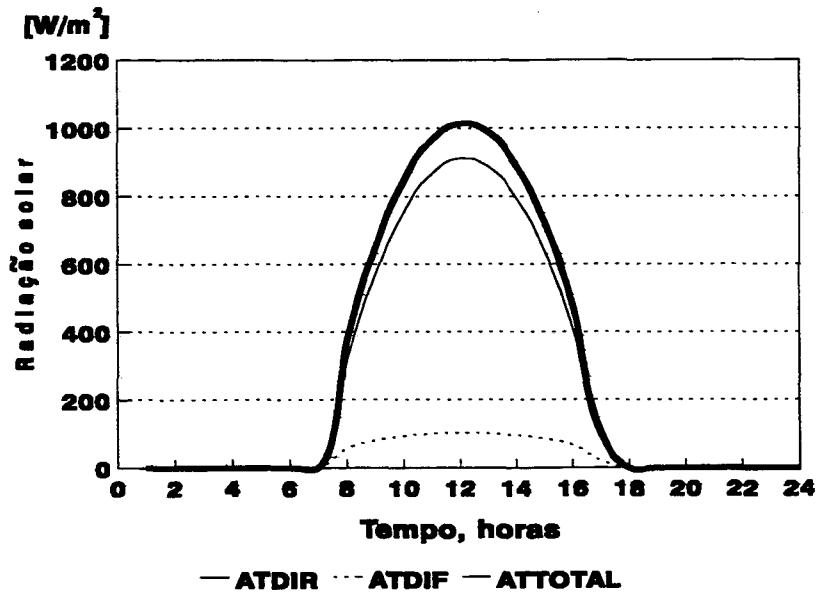


Fig. 2.28 - Superfície 5 do ático - 21/julho

3 CONFORTO TÉRMICO

Um dos objetivos deste trabalho é o de estabelecer uma metodologia capaz de permitir a análise térmica de um ambiente a partir de dados construtivos, permitindo a escolha de materiais, dimensões do ambiente, posicionamento de portas e janelas e tipo de ático.

De acordo com Fanger [3], as variáveis determinantes na sensação de conforto térmico são:

- nível de atividade (taxa metabólica)
- resistência térmica do vestuário
- temperatura de bulbo seco do ar ambiente
- temperatura média radiante
- velocidade do ar ambiente
- pressão de vapor do ar ambiente

O conforto térmico pode ser atingido através de muitas combinações das seis variáveis anteriores.

Neste capítulo, serão apresentadas algumas análises da sensação de conforto térmico, em função da presença de campos assimétricos de radiação.

3.1 Balanço de calor no interior do ambiente

Para que as temperaturas das superfícies interna e externa das paredes de um ambiente possam ser avaliadas, é necessário que sejam determinados os fluxos de calor incidentes em cada uma destas superfícies.

A figura 3.1 mostra, em forma esquemática, os diversos fluxos de calor ocorrendo na superfície externa de uma parede “j”.

Pelo método dos fatores de resposta [5], o fluxo de calor por condução é considerado positivo quando seu sentido é para fora do ambiente (ver capítulo 5).

O fluxo de calor por radiação solar é discutido amplamente no capítulo 2 e a sua avaliação pode ser feita em cada hora “j”, de acordo com a orientação da superfície.

O fluxo de calor por convecção é determinado através do conhecimento de coeficientes médios de troca de calor, recomendados pela ASHRAE [4], da temperatura externa na hora “j” e de um perfil horário de temperatura do ar externo, recomendado também pela ASHRAE [4].

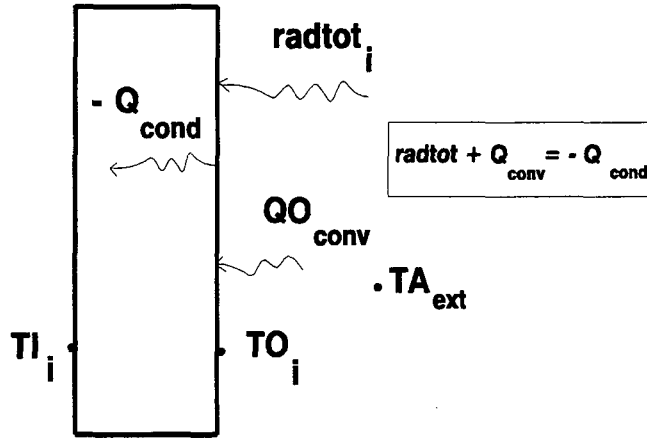


Fig. 3.1 - Balanço de calor na superfície externa de uma parede de um ambiente

A equação (3.1) mostra o cálculo de Q_{conv} para uma superfície “i”.

$$Q_{conv} = HO_i \cdot (TA_{ext} - TO_i) \quad (3.1)$$

Nesta equação HO_i é o coeficiente de troca de calor por convecção, o qual foi considerado como sendo 34 W/m^2 .

A temperatura do ar externo, TA_{ext} , varia conforme as estações do ano e seus valores são lidos internamente pelo programa desenvolvido em função de dados de entrada específicos que permitem a definição do perfil horário de temperatura utilizado.

O fluxo de calor por condução que chega na superfície externa “i” da parede (P) é dado pela equação (3.2) [5].

$$QO_i = \sum_{j=1}^{NR_i} Y_j TI_{i,j} - \sum_{j=1}^{NR_i} Z_j TO_{i,j} + CR_i \cdot \overline{QO}_i \quad (3.2)$$

Nesta equação (3.2) Y, Z e CR compõem a série de fatores de resposta, conforme Kusuda [5].

\overline{QO}_i é o fluxo de calor por condução no instante anterior àquele sendo considerado e NR representa o número de elementos da série.

Combinando as equações anteriores, é possível isolar, como única incógnita, a temperatura externa da superfície em questão $TO_{i,j=1}$. Dessa maneira é avaliada a temperatura externa de cada parede (P), conhecidos os valores das temperaturas internas $TI_{i,j}$ e fluxos de calor \overline{QO}_i para instantes anteriores.

A equação (3.3) mostra como cada temperatura $TO_{i,j=1}$ pode ser encontrada.

$$TO_{i,j=1} = \frac{\sum_{j=1}^{NR_i} Y_{i,j} TI_{i,j} - \sum_{j=1}^{NR_i} Z_{i,j} TO_{i,j} + CR_i \cdot \overline{QO}_i + radtot_i + HO_i \cdot TA_{ext}}{HO_i + Z_1} \quad (3.3)$$

Para que o transiente possa ser simulado, é necessário que a cada hora “j”, as temperaturas externas sejam atualizadas pela equação (3.3). Assim sendo, um balanço interno de calor pode também ser realizado com o intuito de obter as temperaturas das superfícies internas de cada parede (P).

A figura 3.2 mostra o balanço de calor para a superfície interna de uma parede (P).

O fluxo de calor por condução na superfície interna da parede (P) pode ser obtido diretamente da equação (3.4), uma vez que sejam conhecidas as temperaturas interna e externa da superfície nos instantes anteriores, bem como o fluxo de calor interno no instante anterior.

$$QI_{i,j=1} = \sum_{j=1}^{NR_i} X_j TI_{i,j} - \sum_{j=1}^{NR_i} Z_{i,j} TO_{i,j} + CR_i \cdot \overline{QO}_i \quad (3.4)$$

A equação (3.5) mostra o cálculo do fluxo de calor por convecção na superfície interna de cada parede (P).

$$Q_{conv} = HI_i \cdot (TA_{amb} - TI_{i,j=1}) \quad (3.5)$$

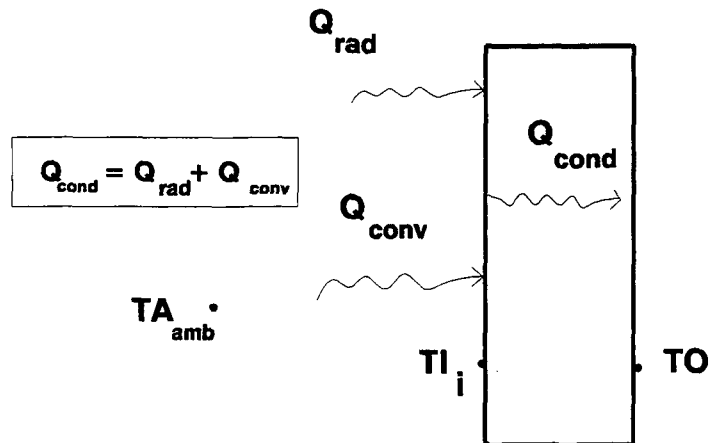


Fig. 3.2 - Balanço de calor na superfície interna de uma parede de um ambiente

Na equação (3.5), Hi_i representa o coeficiente de troca de calor por convecção. De acordo com a ASHRAE [4], para paredes verticais e com fluxo de calor horizontal, tal parâmetro assume o valor de $3,12 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

No forro do ambiente, o coeficiente de convecção tem seu valor controlado pelo próprio programa computacional, pois para uma superfície horizontal, o ar pode estar estratificado ou não, dependendo da diferença de temperatura entre a superfície e o ar. Os valores controlados são de $0,92 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ para o ar tendendo a estratificar-se e $4,04 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ para o ar tendendo a circular [4].

A equação (3.6) estabelece o cálculo do fluxo de calor por radiação sobre a superfície “i” da parede (P). Nesta equação $G_{i,k}$ representa o fator de forma entre a superfície “k”, vizinha a “i” no interior do ambiente.

$$Q_{rad} = \sum_{k=1}^{Ns} G_{i,k} (TI_{k,j=1} - TI_{i,j=1}) \quad (3.6)$$

Os fatores de forma $G_{i,k}$ são determinados separadamente por uma rotina computacional, podendo cada uma das paredes internas do ambiente conter pelo menos duas portas ou janelas, ou uma porta e uma janela, perfazendo um máximo de 14 superfícies trocando calor por radiação.

Além dos fluxos de calor anteriores, leva-se ainda em consideração a possibilidade das superfícies receberem calor devido a presença de equipamentos, iluminação e ocupantes.

Parte da radiação solar incidente sobre janelas é transmitida para as superfícies internas e deve ser considerada quando assim se julgar necessário.

A equação (3.7) incorpora todos estes fluxos, onde R_e , R_l e R_o representam frações dos calores gerados por equipamentos, iluminação e ocupantes.

$$R_i = GCS_i \frac{((1 - R_e) \cdot Q_{eq} + (1 - R_o) \cdot Q_{oc} + (1 - R_l) \cdot Q_{il})}{\sum S_i} \quad (3.7)$$

Na equação (3.7), GCS_i é o ganho de calor devido a transmissão de energia solar através das superfícies vítreas e é calculado em rotina separada, para cada uma das superfícies do ambiente. Esta rotina leva em consideração as transmissividades e absorptividades de diversos tipos de vidros, resistência térmica do ar nas superfícies interna e externa do vidro, fatores de forma entre as superfícies iluminadas pela radiação solar e hemisfério celestial, fatores de sombreamento, etc....

O balanço de calor no interior do ambiente pode agora ser equacionado de acordo com a convenção estabelecida pela figura 3.2, através das equações (3.4) e (3.7).

Quando se escreve este balanço para todas as superfícies “i” do ambiente, gera-se um sistema linear cujas incógnitas são as temperaturas internas das superfícies, $T_{i,j=1}$, para o instante no qual se deseja determiná-las.

Este sistema linear está no entanto ainda incompleto, pois a temperatura do ar ambiente também é desconhecida neste instante e uma equação adicional, obtida pelo balanço de calor para o ar se faz necessária para complementá-lo.

Balanço de calor para o ar no ambiente

Para se determinar a temperatura do ar no ambiente, as seguintes trocas de calor são consideradas.

- Troca de calor entre o ar e as superfícies internas
- Geração de calor no ambiente por equipamentos, ocupantes e iluminação
- Infiltração de ar externo no ambiente
- Insuflamento de ar no ambiente

A equação (3.8) estabelece o balanço de calor para o ar

$$\sum_{i=1}^{Ns} HI_i S_i (TI_{i,j=1} - TA_{amb}) + Q_{eq} R_e + Q_{oc} R_o + Q_{il} R_l +$$

$$+ GL Cp_{ar} (TA_{ext} - TA_{amb}) + GS Cp_{ar} (TS - TA_{amb}) = 0 \quad (3.8)$$

Nesta equação, GL e GS representam as vazões mássicas de ar infiltrado (através de frestas ou pequenas aberturas) e ar insuflado numa temperatura TS.

Com a equação (3.8) completa-se o sistema linear e as temperaturas das superfícies internas e do ar ambiente podem então ser obtidas.

3.2 Cálculo das Radiosidades

A radiosidade de uma superfície é definida como a quantidade de energia por unidade de área que deixa a superfície, parte por emissão e parte por reflexão.

A equação (3.9) permite que se determine a radiosidade de uma superfície do ambiente considerado.

$$J_i = \varepsilon_i \sigma_b T I_i^4 + \rho_i G_i \quad (3.9)$$

Nesta equação ε_i e ρ_i são a emissividade e refletância da superfície “i” proveniente das outras superfícies vizinhas.

A equação (3.10) permite o cálculo de G_i , a partir do conhecimento dos fatores de forma entre a superfície “i” e as demais.

$$G_i = \sum_{k=1}^{N_s} J_k F_{i,k} \quad (3.10)$$

A refletância de uma superfície, para corpos cinzas, é dada pela equação (3.11).

$$\rho_i = 1 - \varepsilon_i \quad (3.11)$$

Dessa forma, pode-se escrever a radiosidade J_i através da equação (3.12) (ver capítulo 4).

$$J_i = \varepsilon_i \sigma_b T I_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{k=1}^{N_s} J_k F_{i,k} \quad (3.12)$$

Se as temperaturas das superfícies forem conhecidas, num determinado instante, bem como seus fatores de forma e emissividades, pode-se escrever a equação (3.12) para cada uma delas. Como resultado se obtém um sistema linear cuja solução fornece o conjunto das radiosidades das superfícies do ambiente para aquele instante.

3.3 Cálculo da Temperatura Média Radiante

A temperatura média radiante é uma variável que exerce uma considerável influência na sensação de conforto térmico.

Para poder defini-la, imagine-se primeiramente que um ser humano ocupe um ambiente no qual está submetido a diferentes processos de troca de calor, entre eles a troca de calor por radiação com as superfícies das paredes, porta e janelas, como mostra a figura 3.3.

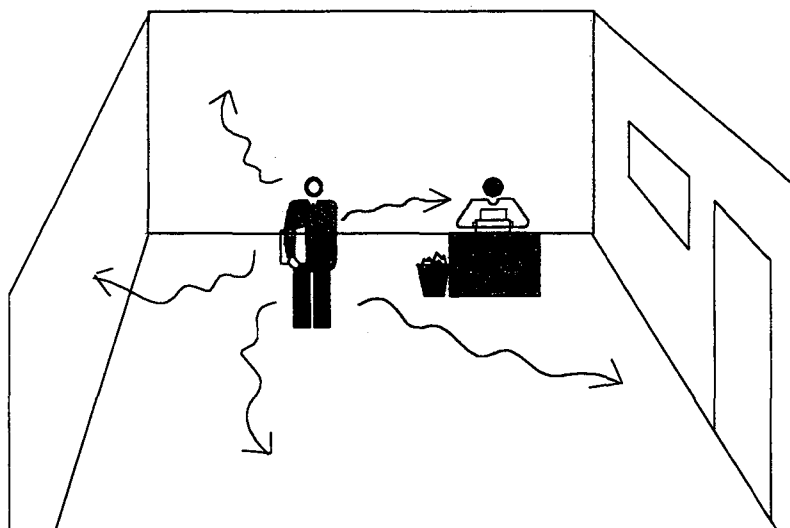


Fig. 3.3 - Ser humano no interior de um ambiente para a análise do conforto térmico

A temperatura média radiante é definida como uma temperatura imaginária na qual estariam todas as superfícies circundantes, consideradas como corpos negros, e que produziriam a mesma troca de calor por radiação com este ser humano que o ambiente em questão.

O estabelecimento de uma temperatura imaginária uniforme para as superfícies das paredes tem por objetivo permitir uma avaliação indireta, simulando uma simetria do campo de radiação, quando na verdade sabe-se que ele é assimétrico.

A temperatura média radiante pode ser obtida, a partir da equação (3.13), uma vez que sejam conhecidas as radiosidades das superfícies e os fatores de forma entre o ser humano e cada uma destas superfícies.

$$T_{mrt} = \sqrt[4]{\frac{1}{\sigma} \sum_{k=1}^{N_s} J_k F_{p-k}} \quad (3.13)$$

Fanger [3] sugere, que na falta de fatores de forma adequados entre o ser humano e as superfícies, a equação (3.14) pode ser também empregada. Seu uso, entretanto, pode levar a resultados bastante imprecisos.

$$T_{mrt} = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} S_i T_{I_i}}{\sum_{i=1}^{N_s} S_i} \quad (3.14)$$

Uma outra forma de se obter T_{mrt} é determiná-la a partir de três outros valores de temperatura média de radiação, obtidos pelo posicionamento de uma esfera preta de globo [7], em três alturas no ambiente.

Assim, pode-se obter a temperatura média radiante pela equação (3.15) [7].

$$T_{mrt} = \sqrt[4]{k_1 Tr_1^4 + k_2 Tr_2^4 + k_3 Tr_3^4} \quad (3.15)$$

Nesta equação, Tr_1 , Tr_2 e Tr_3 são as temperaturas de globo tomadas em três alturas diferentes em relação ao corpo humano.

Tr_1 - obtida na altura da cabeça do corpo humano

Tr_2 - obtida na altura dos braços, mão e tronco

Tr_3 - obtida na altura das pernas

Os coeficientes K_1 , K_2 , K_3 são frações da área corporal representando, respectivamente, as regiões de cabeça, tronco e pernas. Como a cabeça representa cerca de 7% da área corporal, adota-se $K_1 = 0,07$ até 0,1. Braços e mãos totalizam 19%, enquanto o tronco cerca de 35%. Para K_2 adota-se um valor próximo a 0,5. Pernas, pés e coxas representam 39% da área corporal, o que leva a um K_3 de 0,4.

Para o cálculo das temperaturas de globo Tr_1 , Tr_2 e Tr_3 , utiliza-se a equação (3.13) onde a dificuldade passa a ser a determinação dos fatores de forma requeridos por esta equação.

Com esta finalidade foi desenvolvida uma rotina capaz de determinar os fatores de forma entre uma esfera puntual, representando o globo e as demais superfícies do ambiente.

Para cada sub-área do corpo humano, uma altura média foi adotada, definindo-se assim três posições para a esfera no interior do ambiente.

- no centro do ambiente a uma altura de 0,6 m
- no centro do ambiente a uma altura de 1,0 m
- no centro do ambiente a uma altura de 1,7 m

Três conjuntos de fatores de forma são então fornecidos pela rotina e Tr_1 , Tr_2 e Tr_3 determinadas pela equação (3.13).

No programa computacional incluiu-se a possibilidade do posicionamento do ser humano em qualquer ponto fora do centro do ambiente, podendo-se com isto analisar a sensação térmica através de uma malha de pontos tão refinada quanto se queira.

Detalhes da obtenção dos fatores de forma entre a esfera e as superfícies são apresentados a seguir.

3.4 Cálculo dos fatores de forma entre uma esfera e as superfícies no interior de um ambiente

Para avaliação dos fatores de forma entre a esfera, que representa o termômetro de globo, e as demais superfícies (portas, janelas, paredes) de um ambiente, foram analisadas todas as posições possíveis relativas entre a esfera e tais superfícies e desenvolvidos métodos para a determinação desses fatores.

A expressão que possibilita calcular o fator de forma entre uma esfera puntual e um retângulo (ver figura 3.4) é a seguinte:

$$FG(X_f, Y_f) = \frac{1}{4\pi} \arctan(X_f Y_f \sqrt{1 + X_f^2 + Y_f^2}) \quad (3.16)$$

onde x_f e y_f são dados pelas seguintes equações:

$$X_f = \frac{b_f}{c_f} \quad (3.17)$$

e

$$Y_f = \frac{a_f}{c_f} \quad (3.18)$$

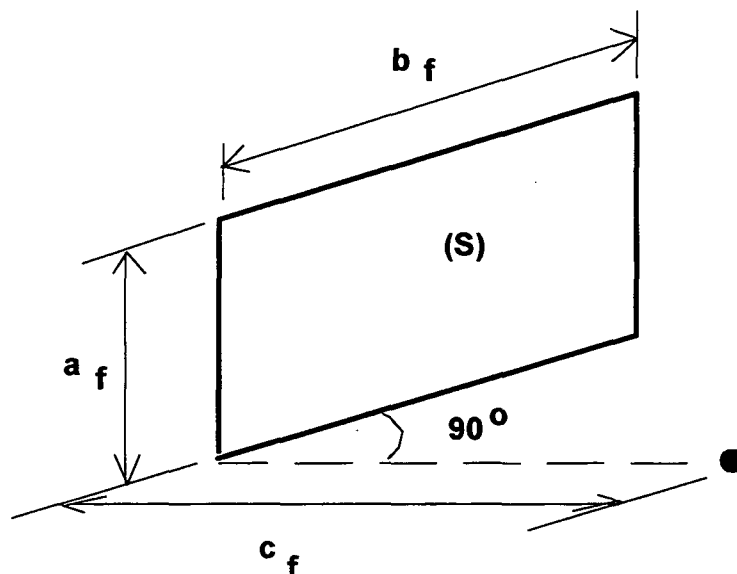


Fig. 3.4 - Posição relativa entre uma esfera e um retângulo para a avaliação do fator de forma pela equação (4.1)

A necessidade de se obter fatores de forma entre a esfera puntual e retângulos (figuras planas que representam portas, janelas, paredes) em posições relativas diferentes da mostrada na figura 3.4, levou ao desenvolvimento de métodos (programas computacionais) capazes de gerar esses fatores de forma.

Para facilitar a visualização destas posições e até mesmo com o objetivo de se montar uma estrutura para gerar um programa que viesse a fornecer um conjunto de fatores de forma, implementou-se um sistema de coordenadas cartesianas X, Y, Z , a partir do qual desenvolveram-se expressões para cada posição entre a esfera e cada superfície.

Para um melhor entendimento, observa-se a figura 3.5, que mostra uma esfera puntual (e) em coordenadas GX, GY e GZ e uma superfície (s), representando uma janela, localizada na parede (P) pelas cotas A_s, B_s, C_s e D_s .

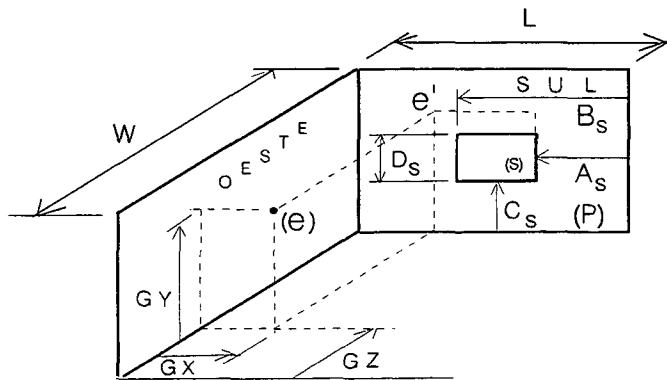


Fig. 3.5 - Posição da esfera (e) no interior do ambiente

Foram dadas orientações às superfícies tais como (sul, norte leste, oeste) para que se pudesse localizar a origem do sistema de coordenadas. Com isto, a ordenada GX denota o afastamento da esfera pontual da parede oeste, GY, o afastamento do piso e GZ o afastamento da parede norte.

A determinação do fator de forma entre a esfera e uma superfície retangular foi feita através do uso de álgebra de fator de forma e da equação (3.16).

Como exemplo, para se determinar o fator de forma entre a esfera e a superfície da figura 3.5, procede-se da seguinte forma.

Imagina-se primeiramente uma superfície (S_1) delimitada pelas linhas tracejadas, conforme figura 3.6.

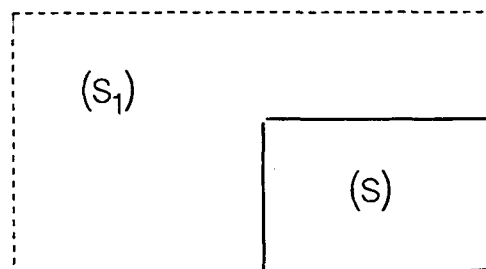


Fig. 3.6 - Superfície auxiliar (s_1) necessária para a determinação do fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (s)

Esta superfície é tal que sua posição relativa com a esfera confira com aquela dada pela figura 3.4. Assim sendo, o fator de forma entre a esfera e (S_1) é determinado pela equação (3.16).

Separando-se a superfície (S_1) em superfícies menores, pode-se estabelecer uma equação para se obter o fator de forma entre a esfera e a superfície (S) (ver figura 3.7).

Todas estas superfícies, (S_a), (S_b), (S_c), (S_d), apresentam uma posição relativa à esfera coerente com a da figura 3.4.

Pode-se então afirmar, usando-se a álgebra de fator de forma que o fator de forma entre a esfera e a superfície (S) é dado pela equação (3.19).

$$F_{e-s} = F_{e-sa} - F_{e-sb} - F_{e-sc} - F_{e-sd} \quad (3.19)$$

F_{e-s} - fator de forma entre a esfera e a superfície (S)

F_{e-sa} - fator de forma entre a esfera e a superfície (S_a)

F_{e-sb} - fator de forma entre a esfera e a superfície (S_b)

F_{e-sc} - fator de forma entre a esfera e a superfície (S_c)

F_{e-sd} - fator de forma entre a esfera e a superfície (S_d)

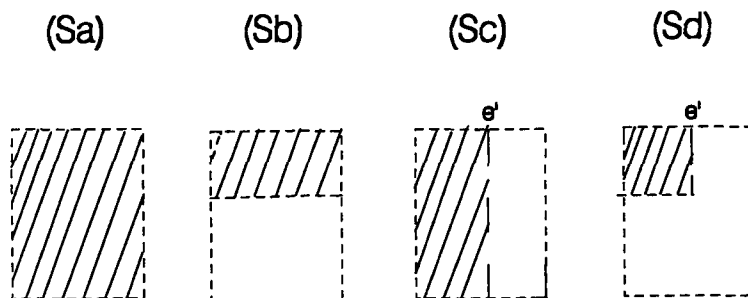


Fig. 3.7 - Superfícies auxiliares para o cálculo do fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (s)

Desta forma, todos estes fatores de forma, com exceção de F_{e-s} , que é determinado pela equação anterior, são obtidos diretamente da equação (3.16), levando-se em consideração as dimensões pertinentes a cada uma das superfícies $[(S_a), (S_b), (S_c), (S_d)]$.

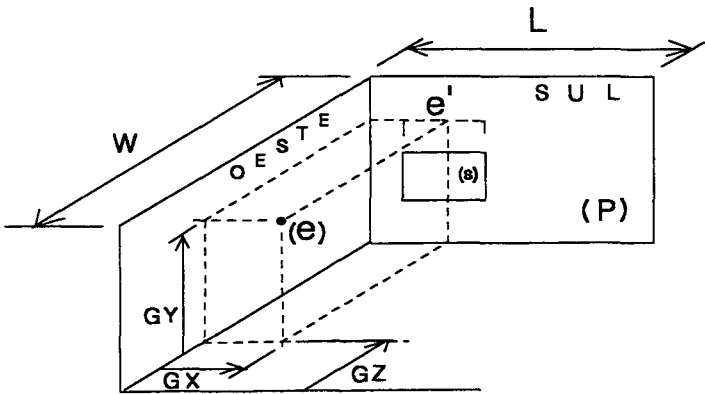


Fig. 3.8 - Posição da esfera (e) no Interior do ambiente

Observa-se ainda que, se a esfera estiver posicionada num outro local, tal como mostrado na figura 3.8, será necessário um outro conjunto de superfícies auxiliares $(S_a), (S_b), (S_c), (S_d)$, para que se possa determinar F_{e-s} . Desta vez as superfícies auxiliares $(S_a), (S_b), (S_c), (S_d)$ são diferentes daquelas mostradas na situação anterior (ver figura 3.9).

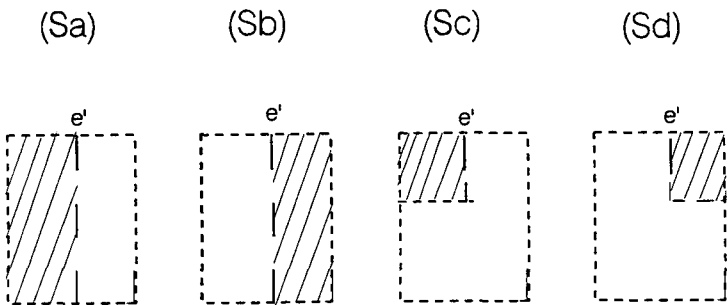


Fig. 3.9 - Superfícies auxiliares para a determinação do fator de forma entre a esfera (e) e a superfície (s)

Neste caso a equação para F_{e-s} será:

$$F_{e-s} = F_{e-sa} + F_{e-sb} - F_{e-sc} - F_{e-sd} \quad (3.20)$$

Se este mesmo desenvolvimento é feito variando-se a posição da esfera no interior da sala, percebe-se que podem existir nove posições possíveis entre a esfera e tal superfície, e que cada uma delas gera um conjunto diferente de superfícies auxiliares.

Pode-se verificar também, que este conjunto sempre terá 4 (quatro) superfícies auxiliares. Portanto o fator de forma procurado pode ser determinado através de adições e/ou subtrações de fatores de forma auxiliares.

Estas 9 (nove) posições podem ser visualizadas, observando-se a projeção da esfera na parede (P), onde as superfícies (S) - portas, janelas - estão localizadas (ver fig. 3.10).

Seja (S) a superfície que representa uma janela e 1, 2, 3,9 as várias posições para a projeção "e", perpendicular à parede (P), da esfera (e). Cada posição pode ser identificada conforme o critério a seguir:

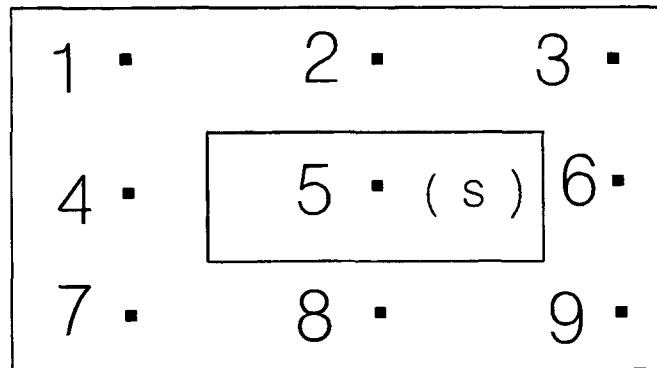


Fig. 3.10 - Projeções normais da esfera (e) sobre uma parede (p) mostrando as 9 (nove) posições possíveis para a construção de superfícies auxiliares

A decisão sobre qual conjunto de superfícies auxiliares utilizar é feita de acordo com os limites de posicionamento da esfera no interior do ambiente. Estes limites dependem, obviamente, das coordenadas GX, GY, GZ.

Para a elaboração do programa computacional, foi necessário localizar as superfícies (portas, janelas) nas paredes, com as devidas orientações, e após construir figuras, como as figuras 3.7 e 3.9, para melhor observar as variáveis envolvidas em cada situação.

Após esta etapa, partiu-se para a generalização de expressões capazes de fornecer o fator de forma desejado para qualquer posição da esfera.

Observando as variáveis mostradas na figura 3.4, faz-se uma analogia com a situação mostrada na figura 3.5 e dessa forma podem ser definidos os seguintes parâmetros:

$$F_{e-sa} = FG(X_f, Y_f) \quad (3.21)$$

onde:

$$X_f = (L - A_s - GX) / (W - GZ) \quad (3.22)$$

$$Y_f = (GY - C_s) / (W - GZ) \quad (3.23)$$

$$F_{e-sb} = FG(X_f, Y_f) \quad (3.24)$$

onde:

$$X_f = (L - A_s - GX) / (W - GZ) \quad (3.25)$$

$$Y_f = (GY - C_s) / (W - GZ) \quad (3.26)$$

$$F_{e-sc} = FG (X_f, Y_f) \quad (3.27)$$

onde:

$$X_f = (L - A_s - GX) / (W - GZ) \quad (3.28)$$

$$Y_f = (GY - C_s - D_s) / (W - GZ) \quad (3.29)$$

$$F_{e-sd} = FG (X_f, Y_f) \quad (3.30)$$

onde:

$$X_f = (L - B_s - GX) / (W - GZ) \quad (3.31)$$

$$Y_f = (GY - C_s - D_s) / (W - GZ) \quad (3.32)$$

Os fatores de forma das equações (3.21) a (3.24) dizem respeito às superfícies auxiliares mostradas na figura 3.7.

Seguindo o mesmo procedimento, mas em relação a posição 2 (ver figura 3.8), e de acordo com a figura 3.10, encontra-se o seguinte conjunto de equações, o qual define os fatores de forma entre a esfera e as superfícies mostradas na figura 3.9.

$$F_{e-sa} = FG (X_f, Y_f) \quad (3.33)$$

onde:

$$X_f = (GX (L - B_s)) / (W - GZ) \quad (3.34)$$

$$Y_f = (GY - C_s) / (W - GZ) \quad (3.35)$$

$$F_{e-sb} = FG (X_f, Y_f) \quad (3.36)$$

onde:

$$X_f = (L - A_s - GX) / (W - GZ) \quad (3.37)$$

$$Y_f = (GY - C_s) / (W - GZ) \quad (3.38)$$

$$F_{e-sc} = FG (X_f, Y_f) \quad (3.39)$$

onde:

$$X_f = (GX - (L - B_s)) / (W - GZ) \quad (3.40)$$

$$Y_f = (GY - C_s - D_s) / (W - GZ) \quad (3.41)$$

$$F_{e-sd} = FG (X_f, Y_f) \quad (3.42)$$

onde:

$$X_f = (L - A_s - GX) / (W - GZ) \quad (3.43)$$

$$Y_f = (GY - C_s - D_s) / (W - GZ) \quad (3.44)$$

Com este procedimento, obtém-se para cada uma das posições subsequentes (...3,4,5,...9) um novo conjunto de fatores de forma auxiliares.

Percebe-se ainda, que é possível agrupar as posições duas a duas, no sentido de procurar facilitar a elaboração do módulo computacional, pois expressões, tais quais as equações (3.19) e (3.20), se repetem.

Da mesma forma, para a determinação dos parâmetros X_f e Y_f , foram reunidos aqueles casos (posições) que apresentavam identidade, tornando o módulo ainda mais compacto.

Os fatores de forma, assim determinados, podem ser utilizados para se obter a temperatura média radiante, em qualquer ponto no interior do ambiente, com o objetivo de se avaliar a sensação térmica.

3.5 Balanço Térmico no Corpo Humano

O ser humano produz calor através do seu metabolismo, o qual é na realidade uma geração de energia resultante da ingestão de alimentos e posterior oxidação através do ar inalado para os pulmões.

Esta energia é responsável por manter o corpo humano em funcionamento. Como o corpo humano é uma máquina térmica bastante ineficiente, parte desta energia (em alguns casos toda a energia) deve ser dissipada para o ambiente.

A maior ou menor facilidade encontrada para dissipação desta energia é que determina a sensação de conforto térmico.

A equação (3.45) mostra como o calor produzido pelo metabolismo humano chega até a superfície da roupa.

$$Q_{ch} - Q_{dv} - Q_{su} - QL_{re} - QS_{re} = Q_{rp\ cond} \quad (3.45)$$

onde:

Q_{ch} - calor gerado pelo corpo humano

Q_{dv} - calor perdido através da pele por difusão de vapor

Q_{su} - calor perdido por evaporação de suor na superfície do corpo

QL_{re} - perda de calor latente pela respiração

QS_{re} - calor conduzido desde a pele até a superfície externa da roupa

QS_{re} - perda de calor sensível pela respiração

$Q_{rp\ cons}$ - calor conduzido desde a pele até a superfície externa da roupa

O calor gerado pelo corpo humano pode ser expresso através da taxa metabólica (Q_{met}) produzida, sendo esta uma função da atividade física que o indivíduo realiza.

$$Q_{ch} = Q_{met} (1 - \eta_m) \quad (3.46)$$

Para a maioria das atividades físicas, o rendimento mecânico é nulo ($\eta_m = 0$) (ver equação (3.46)).

O calor perdido por difusão de vapor através da pele depende da sua permeabilidade e das condições do ar ambiente. A equação (3.47) permite a determinação de Q_{dv} .

$$Q_{dv} = L_v \, p_e \, A_{ch} (p_s - p_a) \quad (3.47)$$

onde:

L_v - calor latente de vaporização da água a 35°C

p_e - permeabilidade da pele

A_{ch} - área externa do corpo humano

p_s - pressão de saturação do vapor d'água na temperatura da pele

p_a - pressão parcial do vapor d'água na temperatura ambiente

A perda de calor latente pela respiração é apresentada na equação (3.48).

$$QL_{re} = \dot{V}_p (W_{ex} - W_a) \, p_e \quad (3.48)$$

Na equação (3.48) \dot{V}_p é a vazão mássica de ar que circula pelos pulmões e W_{ex} e W_a são as umidades relativas do ar expirado e aspirado, respectivamente.

Para a perda de calor sensível na respiração, utiliza-se a equação (3.49).

$$QS_{re} = \dot{V}_p \, C_{p_{ar}} (t_{ex} - t_a) \quad (3.49)$$

O calor que passa por condução através da roupa é determinado pela equação (3.50). Nesta equação I_{rp} é um índice relativo à resistência térmica da roupa, t_p a temperatura da pele e t_{rp} a temperatura externa da roupa. A resistência térmica de $0,155 \text{ m}^2\text{K/W}$ equivale a se ter um valor de I_{rp} igual a unidade.

$$Q_{rp \text{ cond}} = A_{ch} \frac{t_p - t_{rp}}{0,155 I_{rp}} \quad (3.50)$$

Um balanço de calor na superfície externa da roupa pode também ser realizado, o que origina a seguinte equação.

$$Q_{rp \text{ cond}} = Q_{h \text{ rad}} + Q_{h \text{ conv}} \quad (3.51)$$

O calor trocado por radiação pode ser calculado pela equação (3.52).

$$Q_{h \text{ rad}} = A_h \varepsilon \sigma_b [(t_{rp} + 273)^4 - (tmrt + 273)^4] \quad (3.52)$$

onde:

A_h - área de radiação efetiva do corpo vestido

ε - emitância das superfícies

$tmrt$ - temperatura média radiante

t_{rp} - temperatura externa da roupa

O calor trocado pelo ser humano com o meio ambiente por convecção é dado pela equação (3.53).

$$Q_{h \text{ conv}} = A_h h_{\text{conv}} (t_{rp} - t_{\text{amb}}) \quad (3.53)$$

Na equação (3.53) h_{conv} é o coeficiente de troca de calor por convecção entre o ser humano e o meio ambiente. sua avaliação depende do gradiente de temperatura estabelecido por t_{rp} e t_{amb} e da velocidade do ar [3].

3.6 Condições de conforto térmico

As equações (3.54) e (3.55) foram estabelecidas por Fanger [3] e são conhecidas por condições de conforto térmico.

$$tp = 35,7 - 0,0275 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} \quad (3.54)$$

$$Q_{su} = 0,42 A_{nu} \left(\frac{Q_{met}}{A_{nu}} - 58,15 \right) \quad (3.55)$$

onde:

tp - temperatura da pele
 A_{nu} - área do corpo nu

Substituindo-se as condições de conforto (3.54) e (3.55) em (3.50) e (3.45), obtém-se uma equação final para o conforto térmico.

$$\begin{aligned} & Q_{met} (1 - \eta) - 3,05 \cdot 10^{-3} \left[5733 - 6,99 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - pa \right] \\ & - 0,42 \left[\frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - 58,15 \right] - 1,7 \cdot 10^{-5} \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (5867 - pa) \\ & - 0,0014 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (34 - t_{amb}) = f_{rp} h_{conv} (t_{rp} - t_{amb}) \\ & + 3,96 \cdot 10^{-8} f_{rp} \left[(t_{rp} + 273)^4 - (tmrt + 273)^4 \right] \end{aligned} \quad (3.56)$$

onde f_{rp} é a relação entre a área do corpo vestido e a área do corpo nu. A temperatura da roupa é dada pela equação (3.57).

$$\begin{aligned}
 t_{rp} = & 35,7 - 0,0275 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - 0,155 I_{rp} \left\{ \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) \right. \\
 & - 3,05 \cdot 10^{-3} \left[5733 - 6,99 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - pa \right] \\
 & - 0,42 \left[\frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - 58,15 \right] - 1,7 \cdot 10^{-5} \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (5867 - pa) \\
 & \left. - 0,0014 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (34 - t_{amb}) \right\} \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

3.6.1 Voto médio previsto (PMV)

Fanger [3] apurou valores para o estabelecimento do conforto térmico, com base na equação (3.56).

Quando a diferença entre o primeiro e o segundo membro for igual a zero, obtêm-se as condições de conforto, isto é, a carga térmica sobre o ser humano é nula. A equação (3.58) estabelece o cálculo do PMV, de acordo com Fanger [3].

$$\begin{aligned}
 PMV = & \left[0,303 \exp \left(-0,036 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} \right) + 0,028 \right] \\
 & \times \left\{ Q_{met} (1 - \eta) - 3,05 \cdot 10^{-3} \left[5733 - 6,99 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - pa \right] \right. \\
 & - 0,42 \left[\frac{Q_{met}}{A_{nu}} (1 - \eta) - 58,15 \right] - 1,7 \cdot 10^{-5} \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (5867 - pa) \\
 & - 0,0014 \frac{Q_{met}}{A_{nu}} (34 - t_{amb}) - f_{rp} h_{conv} (t_{rp} - t_{amb}) \\
 & \left. - \frac{3,96}{10^{+8}} f_{rp} \left[(t_{rp} + 273)^4 - (tmrt + 273)^4 \right] \right\} \quad (3.58)
 \end{aligned}$$

Caso a carga térmica sobre o ser humano não seja nula, o PMV pode assumir valores negativos ou positivos, implicando, respectivamente, numa sensação de frio ou calor.

Estes valores estão normalmente entre +3 e -3.

3.7 Influência do campo de radiação sobre o conforto térmico

Da equação (3.56), se percebe que o conforto térmico é dependente de inúmeros parâmetros.

A troca de calor por radiação é, em muitas vezes, difícil de ser avaliada, mas apresenta uma significativa importância na determinação do conforto térmico do ser humano.

Neste ponto do trabalho, procura-se mostrar o efeito sobre a sensação térmica (PMV) para uma pessoa colocada no interior de um ambiente, com superfícies isotérmicas.

Para todos os casos, considera-se um ambiente com as seguintes dimensões:

- largura = 6,0 m
- comprimento = 10,0 m
- altura = 2,7 m

Para realizar este estudo, alguns parâmetros que atuam sobre o conforto térmico foram fixados.

- velocidade do ar de 0,1 m/s
- temperatura do ar ambiente de 25 °C
- umidade absoluta do ar de 11,8 g H₂O / kg ar
- índice da roupa ($I_{rp} = 1,0$), correspondendo a uma pessoa vestida com terno executivo

A estrutura computacional gera uma malha de 28 x 28 pontos no interior do ambiente. Com isto simula-se a posição do ser humano em 784 locais e calcula-se o PMV pela equação (3.57).

Na figura 3.11 são mostradas linhas de PMV constantes. Para este caso, todas as superfícies estão sob temperaturas de 25 °C, exceto uma que se encontra a 3 °C.

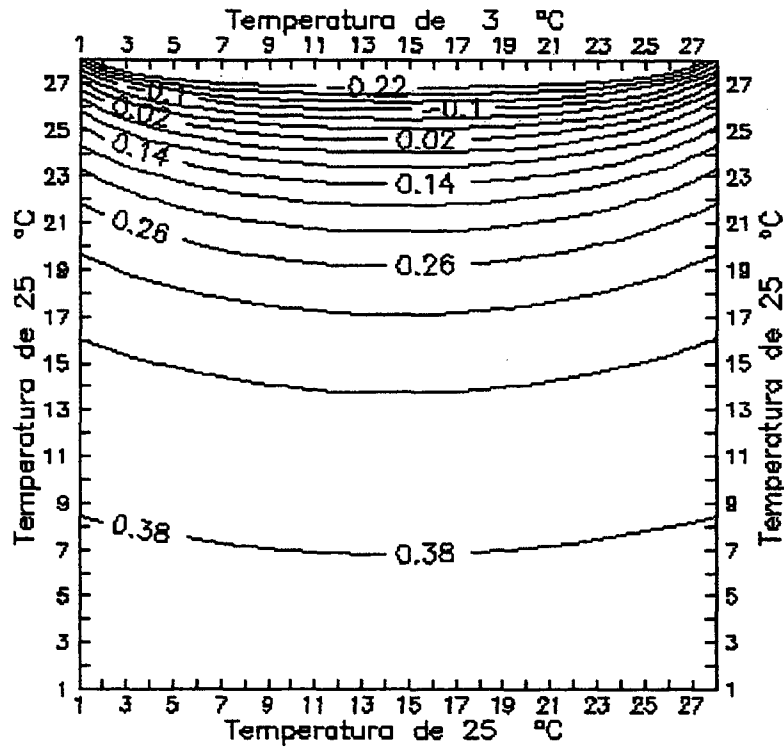


Fig. 3.11 – Sensação Térmica no ambiente (PMV)

Nota-se, como era de se esperar, que a medida que o ser humano se aproxima da superfície mais fria, o PMV vai se tornando mais negativo, mostrando uma sensação de frio provocada pelo campo de radiação.

Para a determinação do fluxo de calor por radiação pela equação (3.51), é importante ressaltar que para cada posição é necessária uma nova tmrt. Isto exige o cálculo de fatores de forma entre a esfera e cada superfície em três alturas diferentes, para cada posição do ser humano dentro do ambiente.

Na figura 3.12 tem-se uma situação parecida com a da figura 3.11, porém a superfície que se encontra a uma temperatura mais baixa (3 °C), está numa posição diferente.

Neste caso, nota-se uma deformação mais pronunciada nas curvas de sensação térmica.

Na figura 3.13 duas superfícies opostas são mantidas sob temperaturas bem abaixo da temperatura do ar (25 °C).

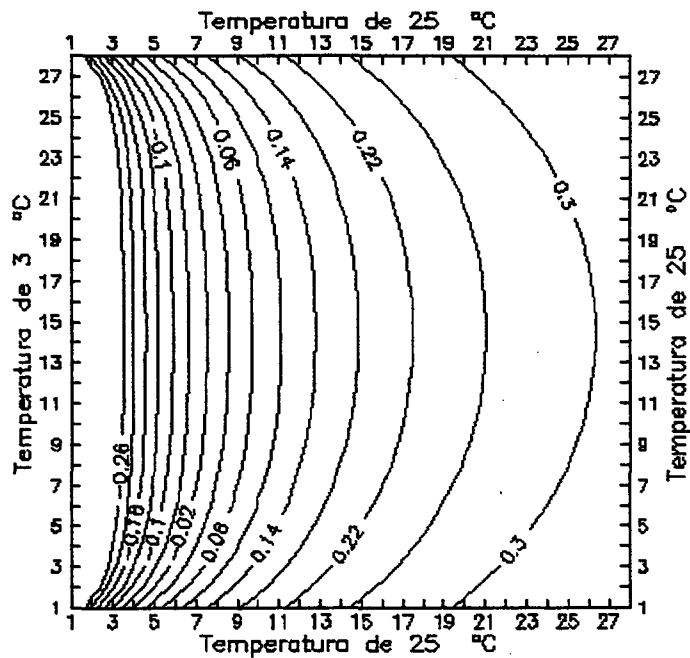
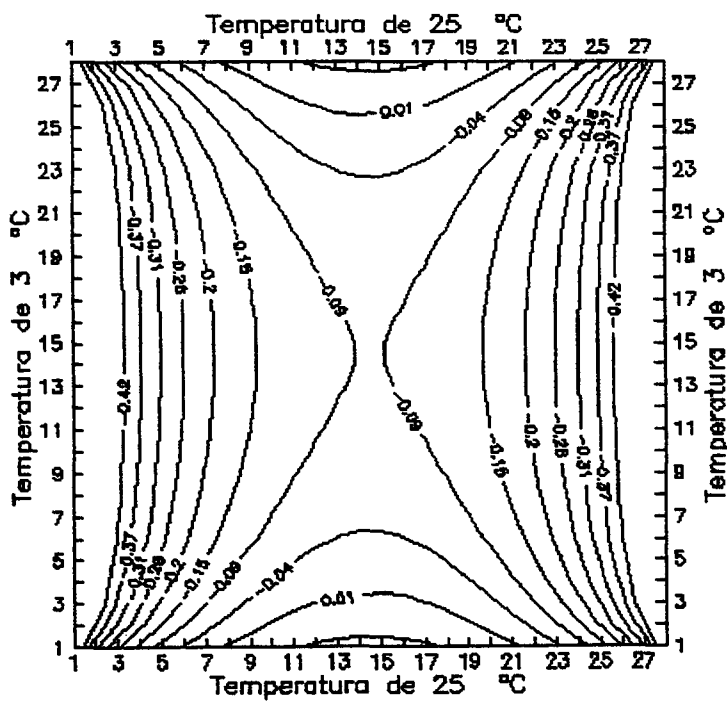


Fig. 3.12 – Sensação Térmica no ambiente (PMV)



É possível ver nas linhas de PMV constante dois planos de simetria, um paralelo às superfícies com temperaturas mais baixas e outro paralelo às superfícies com temperaturas mais altas.

Na figura 3.14 duas superfícies vizinhas são mantidas numa temperatura de 3 °C, enquanto as outras encontram-se a 25 °C.

Para este caso, há também uma grande coerência nas linhas de PMV constante, pois para pontos nas proximidades das superfícies a 3 °C, a sensação térmica é negativa. O contrário ocorre para pontos próximos das superfícies a 25 °C.

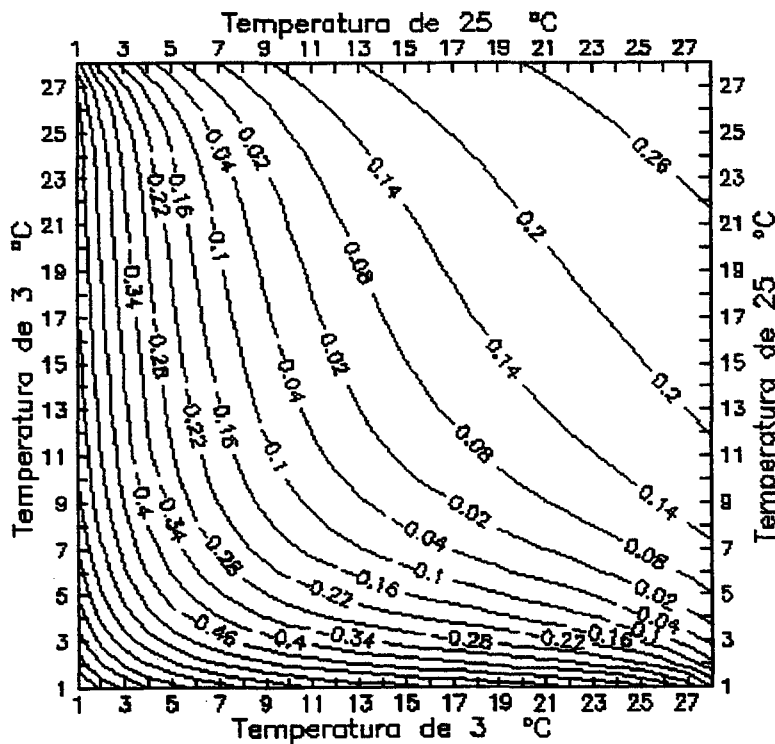


Fig. 3.14 – Sensação Térmica no ambiente (PMV)

4 ÁTICO

4.1 Definição

Entende-se por ático o espaço compreendido entre o telhado de uma edificação e o forro do último andar.

4.2 Forma proposta para o ático

Na elaboração deste trabalho procurou-se dar ao ático uma forma mais geral, que pudesse condensar em um só modelo uma parcela significativa das inúmeras formas comumente encontradas.

A figura 4.1 mostra um esquema das superfícies que compõem o ático.

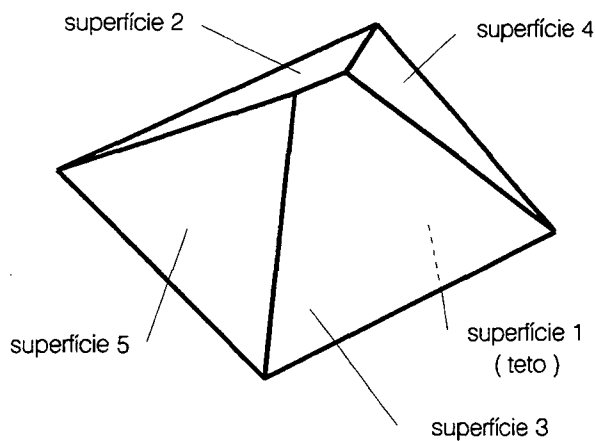


Fig. 4.1 - Forma do ático

Este modelo de ático prevê quatro superfícies no telhado, mais uma que vem a ser o forro. Duas das superfícies do telhado são necessariamente triângulos (superfícies 4 e 5). As outras duas (2 e 3), dependendo dos parâmetros geométricos fornecidos, podem vir a ser, num caso extremo, dois retângulos, mas a forma normal é a trapezoidal.

4.3 Balanço de energia no ático

Os processos de troca de calor considerados para as superfícies que envolvem ático são as seguintes:

- a) Trocas de calor por condução unidimensional
- b) Trocas de calor por convecção
- c) Trocas de calor por radiação

4.3.1 Trocas de calor por condução

O processo utilizado para a análise de troca de calor por condução é conhecido por “Método dos Fatores de Resposta” [5].

O método se propõe a determinar as temperaturas e fluxos de calor para um determinado instante, a partir de uma série de temperaturas e fluxo de calor para paredes compostas, formadas por camadas justapostas de materiais diferentes.

Estas camadas podem ser planas, cilíndricas ou até mesmo esféricas. Para o ambiente térmico em questão, só há necessidade de se analisar a condução de calor em superfícies planas.

Além do histórico de temperaturas e fluxos de calor para instantes anteriores, é necessário que sejam fornecidos alguns parâmetros de natureza construtiva e propriedades dos materiais pertinentes às camadas que compõem cada parede, para que sejam determinados os chamados fatores de resposta, ou funções de transferência como também são conhecidos.

Esses fatores de resposta atuam como pesos sobre cada temperatura do histórico (temperaturas superficiais das paredes nos instantes anteriores). O método estabelece também uma quantidade mínima de fatores necessária para bem representar o fluxo de calor em cada parede. Esta quantidade depende das características da parede, sendo tanto maior quanto mais resistente for a parede à passagem do calor.

Até o presente momento atribuiu-se a cada uma das paredes que compõem o telhado a denominação, pura e simples, de superfície. Entretanto, na abordagem do processo de transferência de calor por condução é necessário que se faça referência a cada um dos lados dessas paredes (lado interno e lado externo).

A partir daqui, cada uma das superfícies do telhado, mostradas na figura 4.1, será denominada de parede, reservando-se a palavra superfície para se referir a cada um de seus lados.

As equações (4.1) e (4.2) permitem a determinação dos fluxos de calor que atravessam as superfícies interna e externa da parede “it” do telhado, num determinado instante de tempo [5].

$$QI_{it} = \sum_{j=1}^{NR_{it}} X_{it,j} \cdot TI_{it,j} - \sum_{j=1}^{NR_{it}} Y_{it,j} \cdot TO_{it,j} + CR_{it} \cdot \overline{QI}_{it} \quad (4.1)$$

$$QO_{it} = \sum_{j=1}^{NR_{it}} Y_{it,j} \cdot TI_{it,j} - \sum_{j=1}^{NR_{it}} Z_{it,j} \cdot TO_{it,j} + CR_{it} \cdot \overline{QO}_{it} \quad (4.2)$$

Nestas equações X , Y e CR compõem a série de fatores de resposta. O número de elementos da série é NR . TI e TO são respectivamente as temperaturas superficiais interna e externa da parede “it” do telhado, num instante de tempo identificado pelo índice j . Quanto maior é j , mais afastado é o instante anterior em relação àquele em que se deseja determinar o fluxo de calor.

\overline{QI}_{it} e \overline{QO}_{it} nas equações (4.1) e (4.2) representam os fluxos de calor calculados num instante imediatamente anterior ao que se realiza o cálculo.

Apenas como exemplo, de carácter meramente ilustrativo, apresenta-se a seguir uma aplicação mostrando como as equações (4.1) e (4.2) podem ser usadas na determinação dos fluxos de calor por condução.

Seja uma parede “it” do telhado, composta pelas camadas mostradas na figura 4.2, para a qual deseja-se calcular o fluxo de calor por condução em base horária.

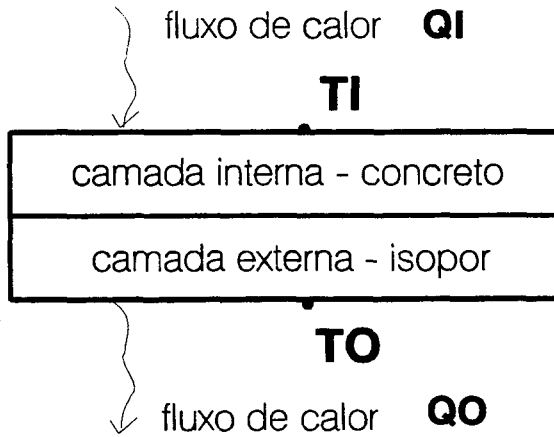


Fig. 4.2 - Esquema de uma parede para análise da condução de calor

Para que os fluxos de calor possam ser avaliados, é necessário primeiro determinar o conjunto de fatores de resposta para este caso.

Os fluxos de calor \overline{QI}_{it} e \overline{QO}_{it} são inicialmente nulos para esta situação, assumindo valores diferentes de zero nos instantes subsequentes como será mostrado a seguir.

A tabela 4.1 mostra as características de cada camada, necessárias para a determinação dos fatores de resposta.

Tabela 4.1 - Especificação das camadas de uma parede para a determinação dos fatores de resposta

camada	espessura [mm]	Condutibilidade térmica [W/m ² °C]	massa específica [kg/m ³]	calor específico [kJ/kg °C]
concreto	100	0,173	641	0,84
isopor	100	0,036	29	1,22

A partir destes dados, obtém-se o seguinte conjunto de fatores de resposta.

Tabela 4.2 - Fatores de resposta

j	X	Y	Z	CR = 0,72776
1	5,73971	0,00093	0,67992	
2	-7,55441	0,29050	-0,82788	
3	1,82834	0,04058	0,22403	
4	0,06151	0,00940	0,00474	
5	0,00543	0,00105	0,00028	
6	0,00050	0,00010	0,00002	
7	0,00005	0,00001	0,00000	

Como nenhum fluxo de calor atravessa as superfícies interna e externa da parede "it", pode-se afirmar que as temperaturas TO e TI são iguais.

Caso a temperatura externa TO venha a variar na taxa de $2\text{ }^{\circ}\text{C} / \text{h}$, a partir de um instante inicial Hr, enquanto TI permanecer constante, obtém-se o histórico de temperaturas, mostrado na tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Histórico de temperaturas para avaliar os fluxos de calor nas superfícies interna e externa

	Hr + 1	Hr + 1	Hr + 2	Hr + 3	Hr + 4	Hr + 5
j	TI _{it,j}	TO _{it,j}	TO _{it,j}	TO _{it,j}	TO _{it,j}	TO _{it,j}
1	30	30	28	26	24	22
2	30	30	30	28	26	24
3	30	30	30	30	28	26
4	30	30	30	30	30	28
5	30	30	30	30	30	30
6	30	30	30	30	30	30
7	30	30	30	30	30	30
Hr - hora ou instante inicial						

A cada nova hora, deve-se atualizar o histórico de temperaturas externas. Isto é feito eliminando-se a temperatura da hora mais afastada, correspondente ao valor do índice j e incluir o valor da temperatura externa (TO) para a hora anterior.

Neste exemplo, o histórico de temperaturas internas foi, por medida de simplicidade, mantido constante.

A aplicação das equações (4.1) e (4.2) fornece os fluxos de calor, mostrados na tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Fluxos de calor nas superfícies interna e externa da parede “it” do telhado, em W/m^2

Instante	\overline{QI}_{it}	QI_{it}	\overline{QO}_{it}	QO_{it}
Hr + 1	0,0000	0,0003	0,0000	0,0003
Hr + 2	0,0003	0,0024	0,0003	1,3604
Hr + 3	0,0024	0,0638	1,3604	2,0542
Hr + 4	0,0638	0,02497	2,0542	2,7134
Hr + 5	0,2497	0,5449	2,7134	3,3512

Como se pode observar na tabela 4.4, os fluxos de calor $Q_{I_{it}}$ e $Q_{O_{it}}$, que atravessam a superfície interna e externa da parede “it”, não são iguais ao longo do tempo, indicando que o processo está ocorrendo em regime transiente. Em outras palavras, o impacto da variação de temperatura externa TO , de hora em hora, não é sentido imediatamente pela estrutura (parede).

É possível mostrar que o método de fatores de resposta, empregado neste trabalho para avaliar a condução em regime transiente, pode ser também usado para regime permanente.

Na tabela 4.3, observa-se que, a temperatura da superfície externa, na hora anterior ao instante $Hr + 5$, é dada por $TO_{it,1}$, ou seja, $22\text{ }^{\circ}\text{C}$. Isto significa que a temperatura TO (da superfície externa) é naquele instante igual a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, pois a mesma sofre uma redução de $2\text{ }^{\circ}\text{C/h}$.

Mantendo-se constante a temperatura TO , a partir desse instante ($Hr + 5$), em $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, espera-se que ao longo do tempo atinjam-se condições de regime permanente.

A figura 4.3 mostra a variação dos fluxos de calor QO e QI ao longo do tempo, comprovando que o regime permanente é alcançado.

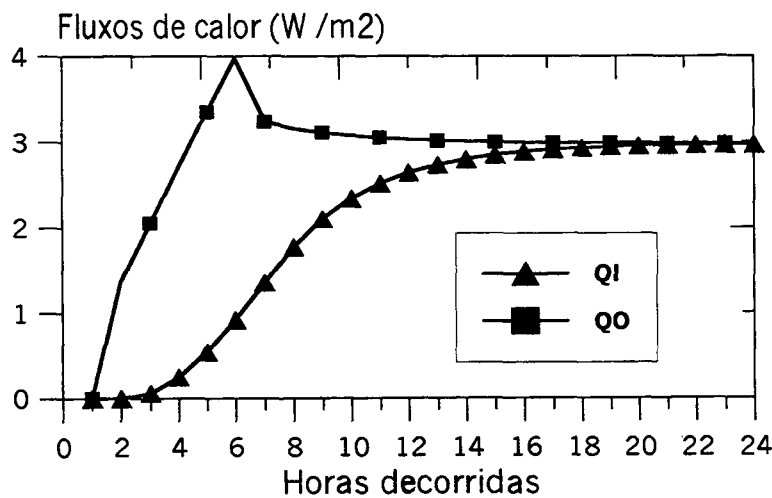


Fig.4.3 - Fluxos de calor nas superfícies interna e externa de uma parede

Os fluxos QO e QI convergiram, neste caso para o valor $2,98\text{ W/m}^2$.

Para regime permanente, o fluxo de calor pode ser determinado pela equação (4.3), onde R_t é a resistência térmica total à transferência de calor.

$$QO = QI = \frac{(TI - TO)}{R_t} \quad (4.3)$$

Considerando somente os efeitos de condução, a resistência térmica total é determinada pela equação (4.4), onde K_{c1} e K_{c2} são as condutibilidades térmicas e L_1 e L_2 as espessuras das camadas 1 e 2, apresentadas na tabela 4.1.

$$R_t = \frac{L_1}{k_{c1}} + \frac{L_2}{k_{c2}} \quad (4.4)$$

O fluxo de calor por condução que atravessa a parede, em regime permanente, quando as temperaturas TI e TO são mantidas em 30 °C e 20 °C respectivamente, calculado pela equação (4.3), está de acordo com o valor apresentado na figura 4.3.

4.3.2 Troca de calor por convecção no ático

O ar no interior do ático está sujeito ao fenômeno da convecção natural, pois sofre a ação dos gradientes de temperatura entre as superfícies internas do telhado provocados principalmente pela incidência periódica dos raios solares.

No presente estudo, admite-se ainda a possibilidade do ar ser renovado através de pequenas frestas ou aberturas, com o objetivo de simular uma situação mais próxima da realidade. Este ar circulante pelo interior do ático entra no balanço térmico, quando se estipula um número de trocas de ar por hora de acordo com os valores recomendados pela ASHRAE [4].

Uma análise minuciosa, a fim de se avaliar os coeficientes de troca de calor por convecção neste tipo de ático pode ser feita, mas requer um estudo específico do problema convectivo e foge do escopo deste trabalho. Os coeficientes de convecção utilizados são por valores médios recomendados pela ASHRAE [4].

Estes coeficientes aglutinam em um único valor os efeitos de radiação e convecção, sendo também função da inclinação das superfícies.

A figura 4.4 mostra um esquema mais simplificado para o ático, onde podem ser verificadas duas situações típicas de convecção natural, nas quais os coeficientes médios são diferentes.

Na primeira situação, as superfícies internas do ático encontram-se a uma temperatura (T_{it}) superior a do ar (T_{ar}). Neste caso o coeficiente recomendado pela ASHRAE é de $7,49 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$.

No caso das temperaturas das superfícies internas serem inferiores a temperatura do ar no interior do ático, o ar resfriado tende a descer e conseqüentemente provocar uma circulação no ambiente. O coeficiente combinado, recomendado pela ASHRAE, é neste caso, de $9,08 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$.

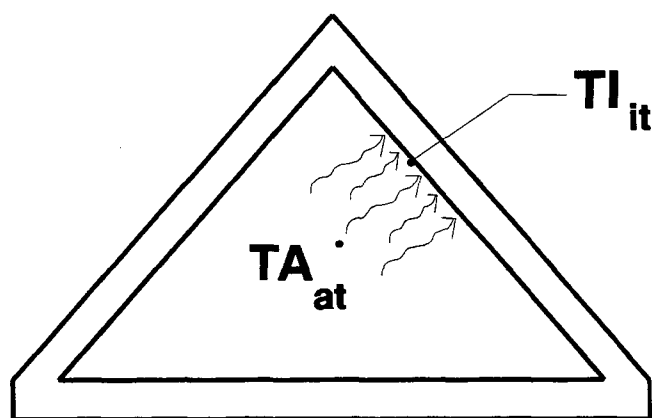


Fig. 4.4 - Esquema da troca de calor por convecção entre o ar uma superfície do ático

Estes valores são especificados para um ângulo de inclinação de superfície em relação a um plano horizontal de 45 graus.

Na forma proposta para o ático, os ângulos de inclinação das superfícies variam, conforme a forma do telhado. Com esta versatilidade na forma, deve-se dar atenção à especificação dos coeficientes combinados, ficando este procedimento prejudicado para ângulos de inclinação muito diferentes de 45 graus.

Neste trabalho procurou-se tratar separadamente os fenômenos de convecção e radiação, no estabelecimento das equações de balanço de calor no ático.

O fato das superfícies estarem a temperaturas diferentes, ora abaixo, ora acima da temperatura do ar no interior do ático, fez com que fosse necessária a implantação de um controle capaz de alternar os valores dos coeficientes de cada superfície, de acordo com os gradientes de temperatura presentes a cada instante.

Os coeficientes de convecção para as superfícies do telhado (2,3,4,5) podem ser obtidos da equação (4.5), onde \bar{h}_{cr} representa o valor recomendado pela ASHRAE para as duas situações mencionadas e \bar{h}_r é um coeficiente médio de troca de calor por radiação.

$$\bar{h}_c = \bar{h}_{cr} - \bar{h}_r \quad (4.5)$$

O valor do coeficiente de troca de calor por radiação, \bar{h}_r , pode ser determinado pela equação (4.6). Considerando um corpo negro, com temperatura de 70 °F (aproximadamente 21 °C) [6], tem-se:

$$\bar{h}_r = 4 \cdot \varepsilon_{it} \cdot \sigma_b \cdot T_{it}^3 \quad (4.6)$$

Na equação (4.6), ε_{it} representa a emissividade da superfície e σ é a constante de Stefan Boltzmann. Conforme Fanger [3], para a maioria das superfícies envolvidas neste tipo de problema $\varepsilon_{it} \cong 0,9$. Dessa forma, pela equação (4.1) tem-se $\bar{h}_r = 5,18 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

A equação (4.6) fornece, a partir do valor para \bar{h}_r , os dois valores procurados para o coeficiente de convecção nas superfícies (2,3,4,5) do telhado, ou sejam, $2,31 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ e $3,90 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Para a superfície horizontal (1) do telhado, os valores fornecidos pela ASHRAE são $6,13 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ e $9,23 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$, para as duas situações discutidas.

Descontando a parcela de radiação, de acordo com a equação (4.5), obtêm-se os valores de $0,95 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ e $4,05 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$. O controle do gradiente de temperatura, entre as superfícies e o ar interno, aplica-se também à superfície (1).

A equação (4.7) apresenta o cálculo do fluxo líquido de calor por convecção nas superfícies do ático, onde HI_{it} representa o coeficiente médio de troca de calor por convecção para a superfície "it".

$$q_{\text{conv}} = \sum_{it=1}^4 HI_{it,j} (TA_{at} - TI_{it}) \quad (4.7)$$

4.3.3 Troca de calor por radiação entre as superfícies do ático

A taxa líquida de transferência de calor por radiação de uma superfície “it” é dada pela equação (4.8).

Nesta equação, ε_{it} , α_{it} , G_{it} representam, respectivamente, a emissividade, absortividade e a energia radiante incidente.

$$q_{\text{rad}}_{it} = \varepsilon_{it} \cdot \sigma \cdot TI_{it}^4 - \alpha_{it} \cdot G_{it} \quad (4.8)$$

Para um invólucro, a energia radiante incidente sobre uma superfície é proveniente, de emissões e reflexões de radiações nas outras superfícies.

Para que o fluxo de calor por radiação em cada superfície possa ser avaliado, é necessário que se avaliem as radiosidades, isto é, a quantidade de energia por unidade de área que deixa a superfície, por emissão ou reflexão.

A equação (4.9) é empregada com este objetivo, onde ρ_{it} representa a refletividade da superfície.

$$J_{it} = \varepsilon_{it} \cdot \sigma_b \cdot TI_{it}^4 + \rho_{it} \cdot G_{it} \quad (4.9)$$

Para um invólucro, toda a energia radiante que atinge uma superfície é proveniente das outras superfícies que o constituem. Dessa forma pode-se dizer que para o ático, a quantidade de energia radiante que incide sobre “it” é dada pela equação (4.10), onde $F_{it,j}$ é o fator de forma entre a superfície “it” e a superfície j.

$$G_{it} = \sum_{j=1}^5 J_j \cdot F_{it,j} \quad (4.10)$$

As superfícies normalmente encontradas em áticos e em outros ambientes são consideradas como corpos cinzentos, sendo a relação entre a emissividade e a refletividade destas superfícies dada pela equação (4.11).

$$\rho_{it} = 1 - \varepsilon_{it} \quad (4.11)$$

A eliminação da refletividade na equação (4.9) e a substituição da equação (4.10) na equação (4.9) origina um sistema de equações lineares que permite a determinação das radiosidades para cada superfície, como indicado a seguir:

$$J_{it} = \varepsilon_{it} \cdot \sigma_b \cdot T_{it}^4 + (1 - \varepsilon_{it}) \sum_{j=1}^5 J_j \cdot F_{it,j} \quad (4.12)$$

Considerando que para corpos cinzentos, a absorptividade é igual a emissividade, pode-se modificar a equação (4.8). Substituindo-se a equação (4.10) nesta equação e considerando-se que o termo $\sum_{j=1}^5 J_j \cdot F_{it,j}$ pode ser encontrado através da equação (4.12), obtém-se a equação (4.13), a qual permite determinar os fluxos líquidos de calor por radiação para cada superfície.

$$q_{rad_{it}} = \frac{\varepsilon_{it}}{1 - \varepsilon_{it}} \cdot (\sigma_b \cdot T_{it}^4 - J_{it}) \quad (4.13)$$

O balanço de calor para uma superfície interna do ático pode ser então ser obtido, combinando as equações (4.1), (4.7) e (4.13), e observando a convenção estabelecida na figura 4.5.

Tal balanço dá origem a equação (4.14). Seguindo o mesmo procedimento e considerando as cinco superfícies do ático, obtém-se um sistema de cinco equações e seis incógnitas. Uma sexta equação ainda é necessária, pois a temperatura do ar no interior do ático também é uma incógnita.

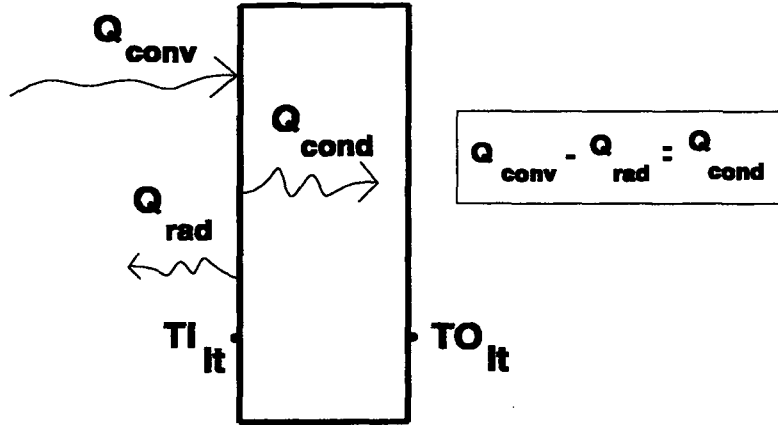


Fig. 4.5 - Balanço de calor numa parede do ático

$$\sum_{j=1}^{NR_{it}} X_{it,j} \cdot TI_{it,j} - \sum_{j=1}^{NR_{it}} Y_{it,j} \cdot TO_{it,j} + CR_{it} \cdot \overline{QI_{it}} =$$

$$= HI_{it} \cdot (TA_{at} - TI_{it,1}) - \frac{\varepsilon_{it}}{1 - \varepsilon_{it}} \cdot (\sigma \cdot TI_{it}^4 - J_{it}) \quad (4.14)$$

4.3.4 Troca de calor por infiltração de ar externo

É normal prever para áticos a infiltração de ar externo, com o objetivo de reduzir a temperatura do ar interno e de evitar problemas de umidade.

Durante o dia, o ar externo apresenta, quase que sempre, um perfil de temperatura diferente do encontrado no ar no interior do ático. Neste trabalho foi admitido um perfil horário para a temperatura do ar externo, de acordo com as recomendações da ASHRAE [4].

A equação (4.15) estabelece o fluxo de calor por infiltração associado com a infiltração de ar externo, onde N_{th} representa o número de trocas de ar por hora, V_{at} o volume do ático e Ta_{ext} a temperatura do ar externo.

$$Q_{inf} = \rho_{ar} \cdot Cp_{ar} \cdot NTh \cdot V_{at} \cdot (TA_{ext} - TA_{at}) \quad (4.15)$$

A avaliação da temperatura do ar a cada instante é feita em conjunto com as temperaturas das superfícies, como mencionado anteriormente. Para isto, é necessário que se faça um balanço de energia para o ar no interior do ático.

Verifica-se assim, que o fluxo líquido de calor por convecção, entre o ar e as superfícies do ático, é igual a quantidade de calor oriunda da infiltração de ar externo. A equação (4.16) mostra este balanço, onde AAT_{it} é a área de cada superfície. Esta é então a sexta equação do sistema linear em questão.

$$\sum_{it=1}^5 (HI_{it} \cdot AAT_{it}) \cdot (TI_{it} - TA_{at}) = \rho_{ar} \cdot Cp_{ar} \cdot NTh \cdot V_{at} \cdot (TA_{ext} - TA_{at}) \quad (4.16)$$

4.4 Balanço de Calor nas superfícies externas do telhado

A figura 4.6 mostra os fluxos de calor necessários ao balanço de energia na superfície externa de uma parede do telhado. $ATTOTAL_{it}$ é a radiação solar que chega na superfície, $Q_{e_{conv}}$ é o fluxo de calor por convecção. Seu sentido depende do gradiente de temperatura entre as temperaturas do ar externo (TA_{ext}) e da superfície externa (TO_{it}). O fluxo de calor por condução é positivo quando sai da parede.

A cada instante de tempo o fluxo líquido na superfície é dado através de cada um dos lados da equação (4.17).

$$HO_{it} (TA_{ext} - TO_{it}) + ATTOTAL_{it} = \left\{ \sum_{j=1}^{NR_{it}} Y_{it,j} \cdot TI_{it,j} - \sum_{j=1}^{NR_{it}} Z_j \cdot TO_{it,j} \right\} \quad (4.17)$$

Nesta equação $ATTOTAL_{it}$ é obtida, de acordo com o procedimento descrito no capítulo 2.

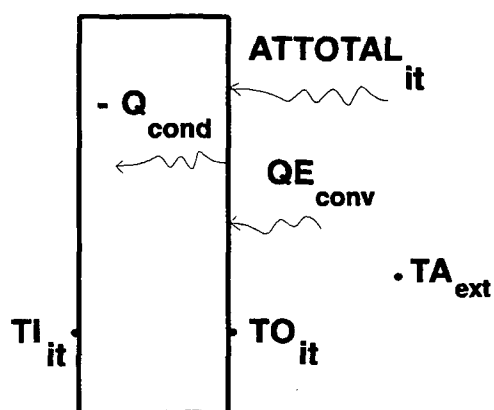


Fig. 4.6 - Balanço de calor na superfície externa de uma parede do ático

4.5 Cálculo dos fatores de forma para o ático

A figura 4.7 mostra a posição relativa de dois elementos de área dA_1 e dA_2 pertencentes às superfícies A_1 e A_2 .

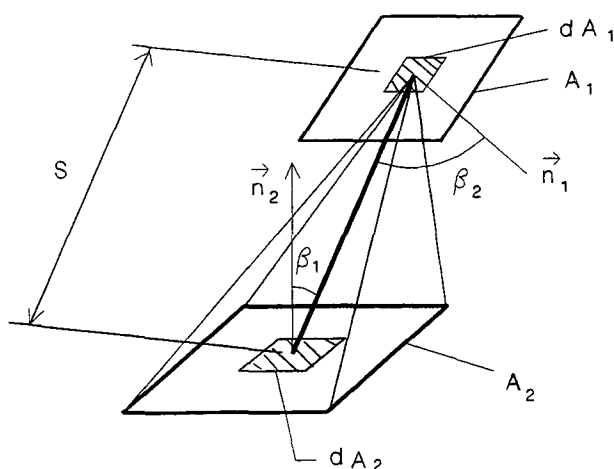


Fig. 4.7 - Esquema para a apresentação da expressão geral para a determinação do fator de forma

O fator de forma é definido como a fração de energia radiante que sai de uma superfície (1) e atinge uma outra superfície (2).

A equação (4.18) [6] permite o cálculo do fator de forma entre dois elementos de área dA_1 e dA_2 .

$$F_{dA_1-dA_2} = \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{\pi \cdot S^2} dA_2 \quad (4.18)$$

Nesta expressão “S” representa a magnitude do segmento de reta que une os dois elementos de área.

Para duas superfícies finitas, o fator de forma $F_{A_1-A_2}$ pode ser obtido diretamente da expressão (4.19).

$$F_{A_1-A_2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{\pi \cdot S^2} dA_1 dA_2 \quad (4.19)$$

A avaliação do fator de forma a partir da equação (4.19) é, no entanto, muito trabalhosa. Pode-se porém transformar as integrais de superfície da equação (4.19) em integrais de linhas ou de contorno, através da aplicação do teorema de Stokes [6].

Para uma superfície qualquer, com contorno “c”, como mostra a figura 4.8, α , δ e γ referem-se respectivamente aos ângulos entre a normal à superfície, num ponto de coordenada x, y e z, para um sistema cartesiano dado pelos eixos X,Y,Z.

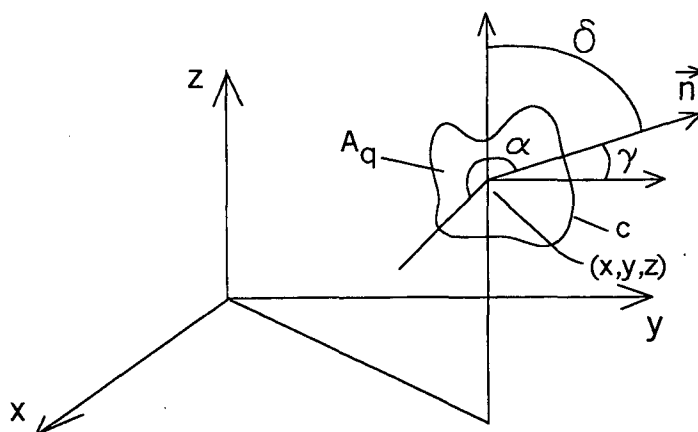


Fig. 4.8 - Variáveis utilizadas no teorema de Stokes

O teorema de Stokes é apresentado na equação (4.20) [6].

$$\oint (P dx + Q dy + R dz) = \int_A \left[\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \cos \alpha + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \cos \gamma + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \cos \alpha \right] dA \quad (4.20)$$

Nesta equação P,Q,R são funções quaisquer de x, y e z, diferenciáveis em x, y, z e $\cos \alpha$, $\cos \delta$ e $\cos \gamma$ são os cossenos diretores do vetor normal \vec{n} à superfície considerada.

Sejam então duas superfícies A_1 e A_2 , como mostra a figura 4.9, para as quais se deseja obter uma expressão com integrais de linha para a determinação dos fatores de forma.

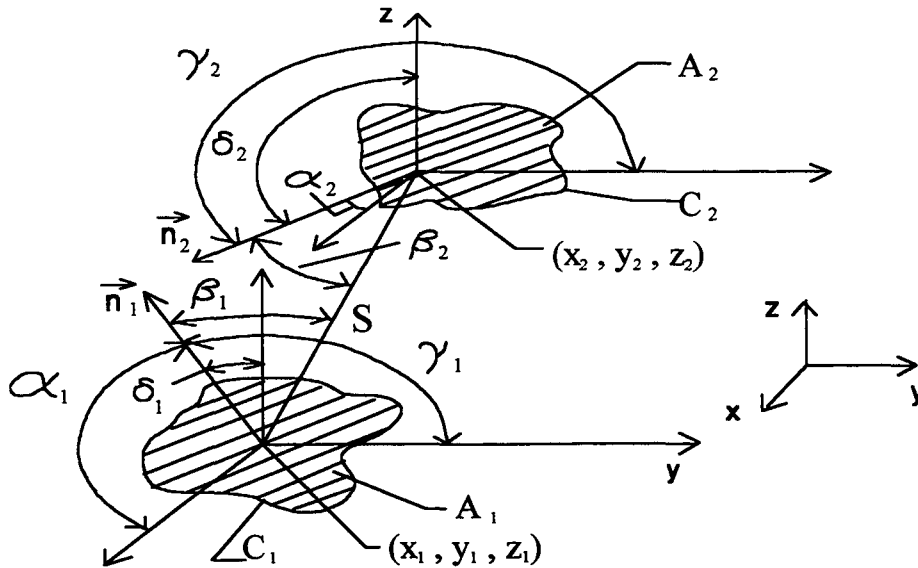


Fig. 4.9 – Aplicação do teorema de Stokes para a determinação do fator de forma entre duas superfícies quaisquer

Da geometria analítica sabe-se que o cosseno do ângulo formado por duas retas é igual ao somatório do produto dos co-senos diretores de cada uma delas.

Assim, os co-senos indicados na equação (4.19), dos ângulos β_1 e β_2 , mostrados na figura (4.9), podem ser obtidos pelas equações (4.21) e (4.22).

$$\cos \beta_1 = \frac{x_2 - x_1}{S^2} \cos \alpha_1 + \frac{y_2 - y_1}{S^2} \cos \gamma_1 + \frac{z_2 - z_1}{S^2} \cos \delta_1 \quad (4.21)$$

$$\cos \beta_2 = \frac{x_2 - x_1}{S^2} \cos \alpha_2 + \frac{y_2 - y_1}{S^2} \cos \gamma_2 + \frac{z_2 - z_1}{S^2} \cos \delta_2 \quad (4.22)$$

Substituindo as equações (4.21) e (4.22) em (4.18), integrando ao longo das áreas A_1 e A_2 e aplicando o teorema de Stokes para transformar a integral interna em integrais de linha, obtém-se a equação (4.23).

$$\begin{aligned} F_{A_1-A_2} = & \frac{1}{2 \pi A_1} \times \\ & \left\{ \oint_{C_2} \left[\int_{A_1} \frac{(y_2 - y_1) \cos \delta_1 - (z_2 - z_1) \cos \gamma_1}{S^2} dA_1 \right] dx_2 \right. \\ & + \oint_{C_2} \left[\int_{A_1} \frac{(z_2 - z_1) \cos \alpha_1 - (x_2 - x_1) \cos \delta_1}{S^2} dA_1 \right] dy_2 \\ & \left. + \oint_{C_2} \left[\int_{A_1} \frac{(x_2 - x_1) \cos \gamma_1 - (y_2 - y_1) \cos \alpha_1}{S^2} dA_1 \right] \right\} dz_2 \quad (4.23) \end{aligned}$$

Aplicando o teorema de Stokes a cada uma das integrais de área da equação (4.23) obtém-se como resultado as equações (4.24), (4.25) e (4.26).

$$\int_{A_1} \frac{(y_2 - y_1) \cos \delta_1 - (z_2 - z_1) \cos \gamma_1}{S^2} dA_1 = \oint_{C_1} \ln S dx_1 \quad (4.24)$$

$$\int_{A_1} \frac{(z_2 - z_1) \cos \alpha_1 - (x_2 - x_1) \cos \delta_1}{S^2} dA_1 = \oint_{c_1} \ln S dy_1 \quad (4.25)$$

$$\int_{A_1} \frac{(x_2 - x_1) \cos \gamma_1 - (y_2 - y_1) \cos \delta_1}{S^2} dA_1 = \oint_{c_1} \ln S dz_1 \quad (4.26)$$

A substituição das equações (4.24), (4.25) e (4.26) na equação (4.27) fornece a expressão geral para a obtenção de fatores de forma entre duas superfícies quaisquer, através do emprego de integrais de linha.

$$F_{A_1-A_2} = \frac{1}{2 \pi A_1} \oint_{c_2} \oint_{c_1} (\ln S dx_2 dx_1 + \ln S dy_2 dy_1 + \ln S dz_2 dz_1) \quad (4.27)$$

Detalhes da obtenção desta equação são apresentados no apêndice B.

4.5.1 Fator de forma entre duas superfícies retangulares

A equação (4.27) foi aplicada para duas superfícies retangulares, posicionadas conforme indica a figura (4.10).

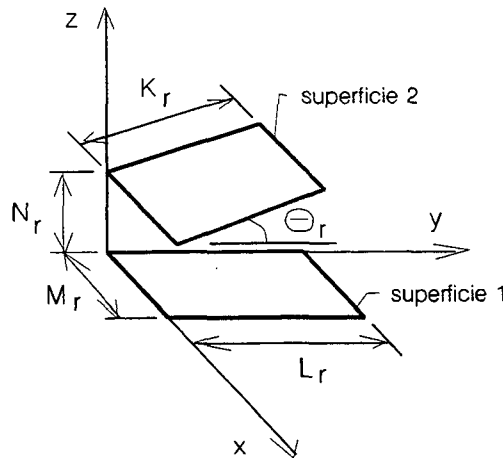


Fig. 4.10 - Fator de forma entre duas superfícies retangulares

Quando o ângulo θ ou a dimensão N , na figura (4.10), assume o valor nulo, os resultados obtidos por este método podem ser comparados com aqueles publicados na literatura [6].

A particularização da equação (4.27), para a geometria apresentada na figura 4.10, assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 F_{A_1-A_2} = & \frac{1}{2 \pi A_1} \times \\
 & \left\{ \int_0^{M_r} \int_0^0 \ln S \, dx_2 \, dx_1 + \int_0^{M_r} \int_0^{M_r} \ln S \, dx_2 \, dx_1 \right. \\
 & \quad \left. y_2 = K_r \cos \theta_r, \, z_2 = N_r + K_r \tan \theta_r \right. \\
 & + \int_0^{M_r} \int_{M_r}^{M_r} \ln S \, dx_2 \, dx_1 + \int_0^{M_r} \int_{M_r}^0 \ln S \, dx_2 \, dx_1 \\
 & \quad \left. y_2 = 0, \, z_2 = N_r \right. \\
 & + \int_0^{L_r} \int_0^{K_r \cos \theta_r} \ln S \, dy_2 \, dy_1 + \int_0^{L_r} \int_{K_r \cos \theta_r}^{K_r \cos \theta_r} \ln S \, dy_2 \, dy_1 \\
 & \quad \left. x_2 = 0, \, z_2 = y_2 \tan \theta_r + N_r \right. \\
 & + \int_0^{L_r} \int_{K_r \cos \theta_r}^0 \ln S \, dy_2 \, dy_1 + \int_0^{L_r} \int_0^0 \ln S \, dy_2 \, dy_1 \\
 & \quad \left. x_2 = M_r, \, z_2 = y_2 \tan \theta_r + N_r \right. \\
 & + \int_{M_r}^0 \int_0^0 \ln S \, dx_2 \, dx_1 + \int_{M_r}^0 \int_0^{M_r} \ln S \, dx_2 \, dx_1 \\
 & \quad \left. y_2 = K_r \cos \theta_r, \, z_2 = N_r + K_r \tan \theta_r \right. \\
 & + \int_{M_r}^0 \int_{M_r}^{M_r} \ln S \, dx_2 \, dx_1 + \int_{M_r}^0 \int_{M_r}^0 \ln S \, dx_2 \, dx_1 \\
 & \quad \left. y_2 = 0, \, z_2 = N_r \right. \\
 & + \int_{L_r}^0 \int_0^{K_r \cos \theta_r} \ln S \, dy_2 \, dy_1 + \int_{L_r}^0 \int_{K_r \cos \theta_r}^{K_r \cos \theta_r} \ln S \, dy_2 \, dy_1 \\
 & \quad \left. x_2 = 0, \, z_2 = y_2 \tan \theta_r + N_r \right. \\
 & + \int_{L_r}^0 \int_{K_r \cos \theta_r}^0 \ln S \, dy_2 \, dy_1 + \int_{L_r}^0 \int_0^0 \ln S \, dy_2 \, dy_1 \left. \right\} \quad (4.28) \\
 & \quad \left. x_2 = M_r, \, z_2 = y_2 \tan \theta_r + N_r \right.
 \end{aligned}$$

onde S é a magnitude do segmento de reta que une dois elementos diferenciais de área de cada retângulo, dado pela equação (4.29).

$$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (4.29)$$

Em função de todas as linhas de contorno das superfícies envolvidas serem segmentos de reta, cada uma das parcelas, com integral dupla, pode ser expressa genericamente pela equação (4.30):

$$I = \int_p^q \int_r^s \frac{1}{2} \ln (a m^2 + b m + c) \, dm \, dn \quad (4.30)$$

onde m e n são variáveis de integração. Tanto m quanto n podem representar a variável x ou a variável y , conforme o caso.

Na equação (4.10) os limites de integração são representados pelas variáveis p , q , r e s enquanto a , b e c são constantes para a integral externa pois seus valores dependem de m .

A integral interna da equação (4.30) pode ser reescrita numa outra forma conforme mostra a equação (4.31).

$$I_i = \int_r^s \frac{1}{2} \ln \left\{ a \left[(m + e)^2 + d \right] \right\} \, dm \, dn \quad (4.31)$$

onde:

$$d = \frac{c}{a} - \left[\frac{b}{2a} \right]^2 \quad (4.32)$$

$$e = \frac{b}{2a} \quad (4.33)$$

Observa-se que a equação (4.31) tem solução analítica.

Quando $d \neq 0$ a solução da equação (4.31) é a equação (4.34) enquanto para $d = 0$ deve-se fazer uso da equação (4.35).

$$\begin{aligned}
 I_i = & \frac{1}{2} \ln a (s - r) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{(s + e)}{1} \ln \left[(s + e)^2 + d \right] - 2 (s + e) \right. \\
 & + 2 d^{\frac{1}{2}} \arctan \left[\frac{(s + e)}{d^{\frac{1}{2}}} \right] - (r + e) \ln \left[\frac{(s + e)^2}{d} \right] \\
 & \left. - 2 (r + e) + 2 d^{\frac{1}{2}} \arctan \left[\frac{(s + e)^2}{d} \right] \right\} \quad (4.34)
 \end{aligned}$$

$$I_i = \frac{1}{2} \ln a (s - r) + (s + e) \ln (|r + e| - 1) - (r + e) \ln (|r + e| - 1) \quad (4.35)$$

Para avaliar o fator de forma pela equação (4.10), utilizou-se uma estrutura computacional que empregou o método de Simpson, para a determinação das integrais externas, e as equações (4.34) e (4.35) para a determinação das integrais internas.

A tabela 4.5 mostra alguns resultados obtidos com a equação (4.28) que podem ser comparados com os obtidos por Siegel e Howell [6], para $\theta = 0^\circ$ (planos paralelos), variando-se a distância D entre eles, conforme mostra a figura 4.10.

Observa-se nesta tabela uma excelente concordância para as situações estudadas.

Na tabela 4.6 são mostrados outros resultados, quando se fixa a dimensão $N = 0$, enquanto θ varia desde 0° até 90° . Na comparação com Siegel e Howell [6], verifica-se novamente uma concordância excelente.

Tabela 4.5 - Resultados relativos a figura 4.10 para $\theta = 0^\circ$

Parâmetros	Fator de forma	Hr + 1
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $N_r = 0$	0,9994	1
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $N_r = 0,8$	0,8900	0,89
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $N_r = 0$	0,7538	0,75
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $N_r = 0$	0,9994	1

Tabela 4.6 - Resultados relativos a figura 4.10 para $N_r = 0$

Parâmetros	Fator de forma	Referência [6] Fig. A-4
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $\theta_r = 0^\circ$	0,9994	1
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $\theta_r = 30^\circ$	0,6728	0,67
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $\theta_r = 60^\circ$	0,4285	0,43
$K_r, L_r = 10$ $M_r = 20$ $\theta_r = 90^\circ$	0,2391	0,24

4.5.2 Fatores de forma para o ático

Os resultados obtidos pela aplicação da equação (4.27), para superfícies retangulares do tipo mostrado na figura 4.10, fizeram com que tal procedimento fosse estendido para avaliar os fatores de forma para as superfícies do ático.

Na figura 4.11 são apresentados todos os parâmetros geométricos necessários para o equacionamento das variáveis da equação (4.31).

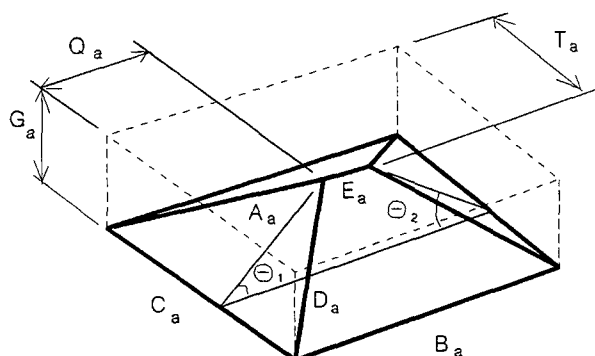


Fig. 4.11 - Geometria do ático sob análise

Para solucionar este problema, foram determinados os fatores de forma entre triângulos e o retângulo da base e entre trapézios e triângulos.

Os outros fatores de forma puderam ser obtidos através da aplicação do teorema da reciprocidade e do equacionamento dos fatores determinados.

Dos seis fatores de forma calculados pela equação (4.27), é necessário que se apresente a formulação para apenas dois, uma vez que o procedimento adotado para os outros quatro é idêntico, diferindo apenas nos parâmetros geométricos que determinam as variáveis da equação (4.31).

Os índices atribuídos a cada superfície do ático foram apresentados na figura 2.20.

A particularização da equação (4.27), para a geometria mostrada na figura 4.12, é apresentada pelas equações (4.36) a (4.40).

$$\begin{aligned}
 F_{3-2} = & \frac{1}{\pi (B_a + E_a) P_a} \times \\
 & \left\{ \int_0^{B_a} \int_0^{Q_a} \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \int_{B_a}^{R_a} \int_{R_a}^{Q_a} \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \right. \\
 & \int_{R_a}^{Q_a} \int_0^{Q_a} \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \int_{Q_a}^0 \int_0^{Q_a} \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \\
 & \int_0^{B_a} \int_{Q_a}^0 \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \int_{B_a}^{R_a} \int_{Q_a}^0 \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \\
 & \int_{R_a}^{Q_a} \int_{Q_a}^0 \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \int_{Q_a}^0 \int_{Q_a}^0 \ln S_x \, dx_2 \, dx_1 + \\
 & \int_0^{P_a} \int_0^{P_a} \ln S_y \, dy_2 \, dy_1 + \int_{P_a}^0 \int_0^{P_a} \ln S_y \, dy_2 \, dy_1 + \\
 & \int_0^{P_a} \int_{P_a}^{S_a} \ln S_y \, dy_2 \, dy_1 + \int_{P_a}^0 \int_{P_a}^{S_a} \ln S_y \, dy_2 \, dy_1 + \\
 & \left. \int_0^{P_a} \int_{S_a}^0 \ln S_y \, dy_2 \, dy_1 + \int_{P_a}^0 \int_{S_a}^0 \ln S_y \, dy_2 \, dy_1 \right\} \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

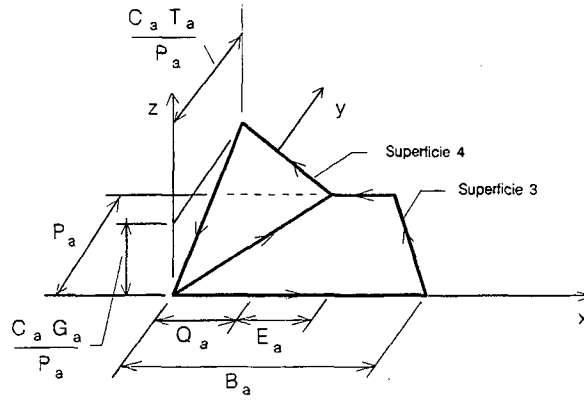


Fig. 4.12 - Geometria para o trapézio e o triângulo

$$R_a = Q_a + E_a \quad (4.37)$$

$$S_a = \frac{C_a T_a}{P_a} \quad (4.38)$$

$$S_x = \sqrt{(a_x x_2^2 + b_x x_2 + c_x)} \quad (4.39)$$

$$S_y = \sqrt{(a_y y_2^2 + b_y y_2 + c_y)} \quad (4.40)$$

Os parâmetros a_x , b_x , c_x , a_y , b_y , c_y assumem valores diferentes para cada parcela da equação (4.36).

Para a avaliação das integrais em x , quando se está resolvendo a integral interna, x_1 , y_1 , z_1 , y_2 e z_2 permanecem constantes, logo, S denominado S_x , define-se por:

$$S_x = \left[x_2^2 - 2 x_1 x_2 + x_1^2 + y_2^2 - 2 y_1 y_2 + y_1^2 + z_2^2 - 2 z_1 z_2 + z_1^2 \right] \quad (4.41)$$

Como a única variável em questão é x_2 , a equação (4.41) pode ser colocada na forma da equação (4.39) sendo a_x , b_x e c_x dados por:

$$a_x = 1 \quad (4.42)$$

$$b_x = -2 x_1 \quad (4.43)$$

$$c_x = x_1^2 + y_2^2 - 2 y_1 y_2 + y_1^2 + z_2^2 - 2 z_1 z_2 + z_1^2 \quad (4.44)$$

Na avaliação das integrais em y , quando se está resolvendo a integral interna, desta vez, x_1 , x_2 , y_1 , z_1 e z_2 permanecem constantes, sendo então S_y dado por:

$$S_y = \left[y_2^2 - 2 y_1 y_2 + y_1^2 + x_2^2 - 2 x_1 x_2 + x_1^2 + z_2^2 - 2 z_1 z_2 + z_1^2 \right] \quad (4.45)$$

Como a variável em questão é somente y_2 , a equação (4.45) pode ser colocada na forma da equação (4.40) com a_y , b_y e c_y dados por:

$$a_y = 1 \quad (4.46)$$

$$b_y = -2 y_1 \quad (4.47)$$

$$c_y = y_1^2 + x_2^2 - 2 x_1 x_2 + x_1^2 + z_2^2 - 2 z_1 z_2 + z_1^2 \quad (4.48)$$

Para a geometria indicada na figura 4.13, a particularização da equação (4.27), permite a determinação de uma expressão para avaliar o fator de forma entre um triângulo e um retângulo. Esta expressão assume a seguinte forma:

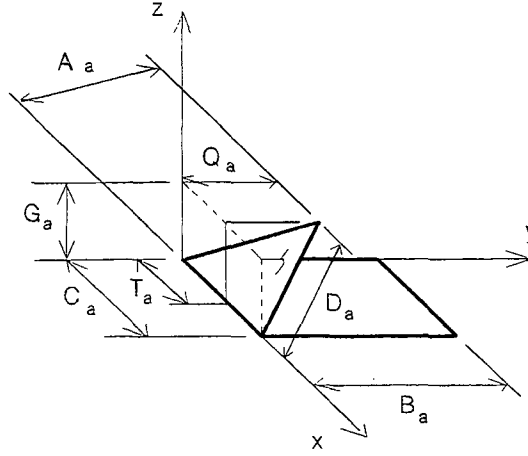


Fig. 4.13 - Geometria para o retângulo e o triângulo

$$F_{1-4} = \frac{1}{2 \pi (B_a \times C_a) P_a} \times$$

$$\left\{ \int_0^{T_a} \int_0^{C_a} \ln S_x dx_2 dx_1 + \int_0^{T_a} \int_{C_a}^0 \ln S_x dx_2 dx_1 + \right.$$

$$\int_{T_a}^{C_a} \int_0^{C_a} \ln S_x dx_2 dx_1 + \int_{T_a}^{C_a} \int_{C_a}^0 \ln S_x dx_2 dx_1 +$$

$$\int_{C_a}^0 \int_0^{C_a} \ln S_x dx_2 dx_1 + \int_{C_a}^0 \int_{C_a}^0 \ln S_x dx_2 dx_1 +$$

$$\int_0^{Q_a} \int_0^{B_a} \ln S_y dy_2 dy_1 + \int_0^{Q_a} \int_{B_a}^0 \ln S_y dy_2 dy_1 +$$

$$\left. \int_{Q_a}^0 \int_0^{B_a} \ln S_y dy_2 dy_1 + \int_{Q_a}^0 \int_{B_a}^0 \ln S_y dy_2 dy_1 \right\} \quad (4.41)$$

Em conformidade com todas as equações apresentadas, foi elaborado um módulo computacional, capaz de determinar os fatores de forma entre duas superfícies quaisquer de um ático, de acordo com a forma apresentada na figura 4.11, para quaisquer ângulos θ_1 e θ_2 e forma de triângulo.

4.5.3 Resultados para algumas geometrias

Na figura 4.14 mostra-se o efeito da inclinação dos triângulos (θ_1 e θ_2) sobre os fatores de forma obtidos pelo emprego das equações anteriores.

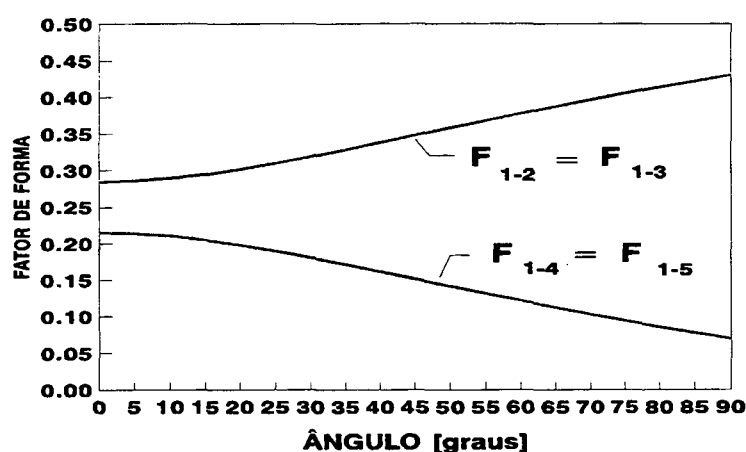


Fig. 4.14 - Fatores de forma para um ático com triângulos equiláteros

Neste caso os triângulos são equiláteros e o ático tem as seguintes proporções (observar figura 4.11).

$$\frac{B_a}{A_a} = 2$$

$$\frac{C_a}{A_a} = 1$$

$$\frac{D_a}{A_a} = 1$$

Na figura 4.15 apresenta-se também o efeito da inclinação sobre os fatores de forma, em um ático cujos triângulos são escalenos. As proporções envolvidas são neste caso:

$$\frac{B_a}{A_a} = 4$$

$$\frac{C_a}{A_a} = 2$$

$$\frac{D_a}{A_a} = 1,8$$

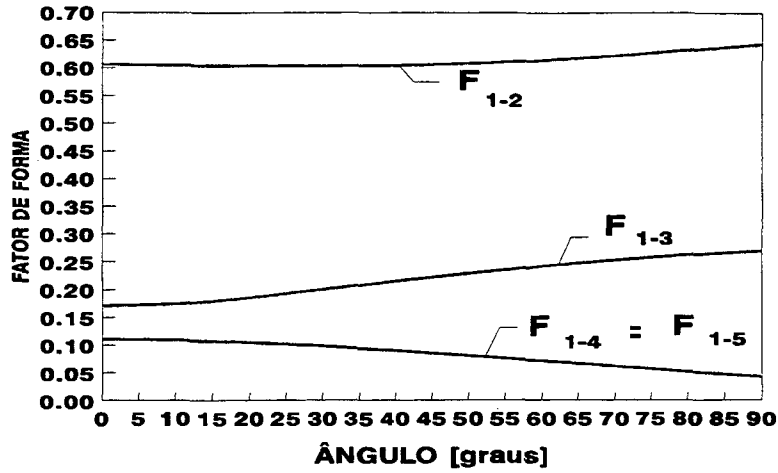


Fig. 4.15 - Fatores de forma para um ático com triângulos escalenos

Para finalizar, na figura 4.16, mostra-se a mesma situação, porém com triângulos retângulos. As proporções envolvidas são as seguintes:

$$\frac{B_a}{A_a} = 4$$

$$\frac{C_a}{A_a} = 2$$

$$\frac{D_a}{A_a} = 1,8$$

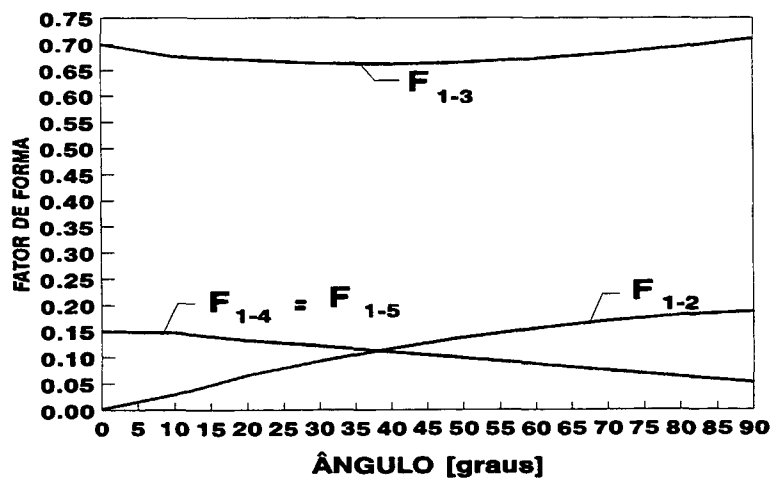


Fig. 4.16 - Fatores de forma para um ático com triângulos retângulos

5 ANÁLISE DAS POTENCIALIDADES DO PROGRAMA

5.1 Definição

Neste capítulo apresenta-se uma análise da influência do tipo de ático no conforto ambiental.

Para realizá-la, foi imaginada uma edificação conforme mostra a figura 5.1.

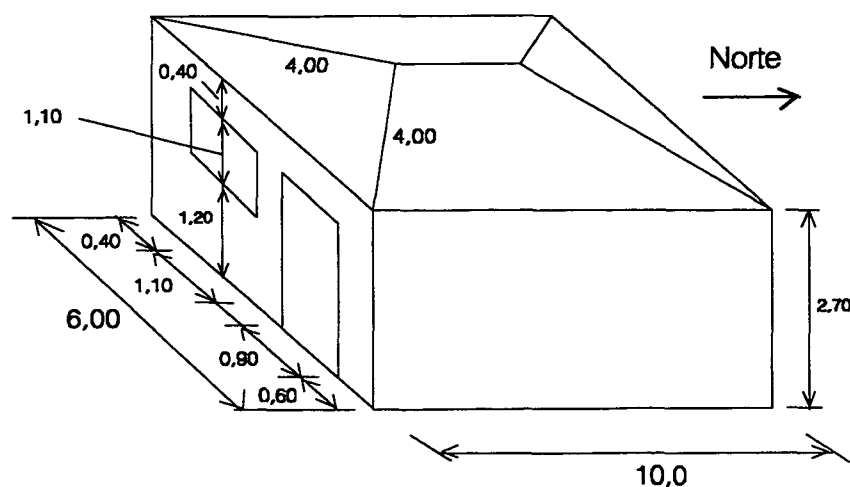


Fig. 5.1 - Dimensões da edificação usada no estudo do efeito do tipo de ático sobre as temperaturas

A edificação escolhida possui aberturas somente na parede com orientação para o sul. O objetivo desta escolha é de procurar minimizar o efeito da radiação solar direta sobre superfícies transparentes, a fim de se analisar de forma individual o efeito do tipo de ático sobre o conforto térmico.

5.2 Materiais utilizados na construção

Na presente análise foi sempre mantido o mesmo tipo de material para as paredes e piso.

O balanço de calor para o ar do ático, realizado no capítulo 4, inclui a troca de calor por infiltração, caracterizada por um certo número de renovações de ar.

Os resultados apresentados neste capítulo foram obtidos admitindo-se três valores para o número de trocas de ar por hora, ou sejam: 0 (zero), 2(dois) e 5 (cinco).

As tabelas 5.1 e 5.2 mostram os materiais empregados na edificação, para a avaliação das temperaturas do ar ambiente (sob o ático) e do ar no próprio ático, correspondendo a cada figura mostrada no decorrer do texto.

Tabela 5.1 - Materiais empregados para a análise das temperaturas do ambiente

Figura	Curva	Material do forro	Material do telhado
5.3	AMB-F0-M	Madeira – 50 mm	Cimento amianto
	AMB-F0-C	Concreto – 100 mm	Cimento amianto
	AMB-F0-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.4	AMB-F2-M	Madeira – 50 mm	Cimento amianto
	AMB-F2-C	Concreto – 100 mm	Cimento amianto
	AMB-F2-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.5	AMB-F5-M	Madeira – 50 mm	Cimento amianto
	AMB-F5-C	Concreto – 100 mm	Cimento amianto
	AMB-F5-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.6	AMB-C0-M	Madeira – 50 mm	Amianto + Isolante
	AMB-C0-C	Concreto – 100 mm	Amianto + Isolante
	AMB-C0-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
5.7	AMB-C2-M	Madeira – 50 mm	Amianto + Isolante
	AMB-C2-C	Concreto – 100 mm	Amianto + Isolante
	AMB-C2-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
5.8	AMB-C5-M	Madeira – 50 mm	Amianto + Isolante
	AMB-C5-C	Concreto – 100 mm	Amianto + Isolante
	AMB-C5-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante

Tabela 5.2 - Materiais empregados para a análise das temperaturas do ático

Figura	Curva	Material do forro	Material do telhado
5.9	ATT-F0-M	Madeira – 50 mm	Cimento amianto
	ATT-F0-C	Concreto – 100 mm	Cimento amianto
	ATT-F0-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.10	ATT-F2-M	Madeira – 50 mm	Cimento amianto
	ATT-F2-C	Concreto – 100 mm	Cimento amianto
	ATT-F2-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.11	ATT-F5-M	Madeira – 50 mm	Cimento amianto
	ATT-F5-C	Concreto – 100 mm	Cimento amianto
	ATT-F5-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.12	ATT-C0-M	Madeira – 50 mm	Amianto + Isolante
	ATT-C0-C	Concreto – 100 mm	Amianto + Isolante
	ATT-C0-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
5.13	ATT-C2-M	Madeira – 50 mm	Amianto + Isolante
	ATT-C2-C	Concreto – 100 mm	Amianto + Isolante
	ATT-C2-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
5.14	ATT-C5-M	Madeira – 50 mm	Amianto + Isolante
	ATT-C5-C	Concreto - 100 mm	Amianto + Isolante
	ATT-C5-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante

Obs: O material isolante que consta nas tabelas 5.1 e 5.2 é o isopor

5.3 Efeito do tipo de ático sobre a temperatura ambiente

A figura 5.2 mostra o perfil horário utilizado para temperatura do ar externo, recomendado pela ASHRAE [4].

Na figura 5.3, observa-se o perfil horário para a temperatura ambiente para os três tipos de materiais usados para o forro, (Ver tabela 5.1), para um telhado de telhas de cimento amianto.

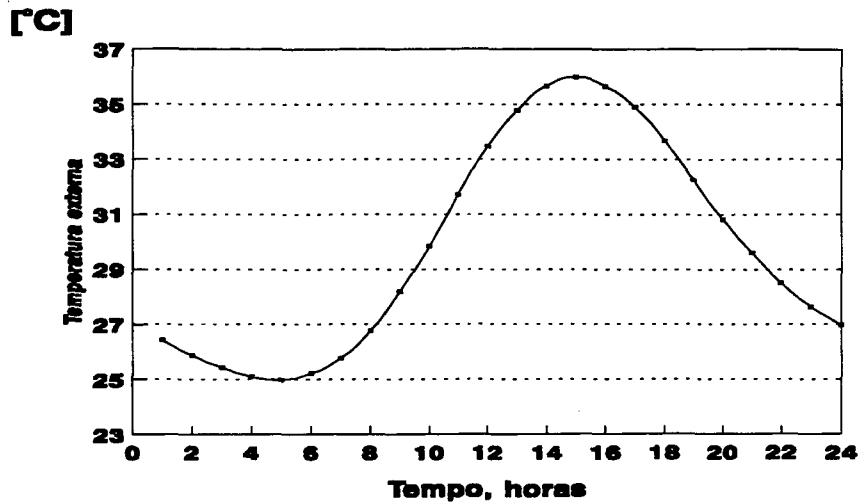


Fig. 5.2 - Perfil horário de temperatura externa

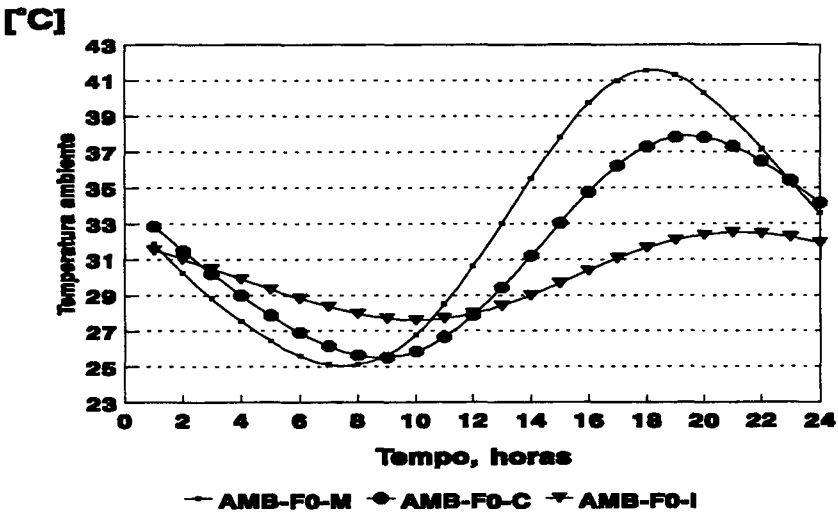


Fig. 5.3 - Perfil horário de temperatura ambiente

Neste caso o número de trocas de ar por hora é nulo, implicando em não haver infiltração de ar para o ático.

Observa-se ainda que as temperaturas extremas se verificam para um forro de madeira.

A medida que aumenta a isolamento do forro, achata-se o perfil, isto é, são obtidas temperaturas extremas menores.

É possível constatar ainda que além do achatamento do perfil, a utilização de um forro de concreto, ao invés de madeira, provoca um deslocamento deste perfil no tempo, devido ao atraso na condução de calor.

Este efeito torna-se mais acentuado, quando o forro, além do concreto, recebe uma camada de isolante.

Na figura 5.4 são mostrados os resultados obtidos para um número de trocas de ar igual a dois.

Foram mantidos os mesmos materiais correspondentes à figura 5.1.

Observa-se um pequeno achatamento em todos os perfis, principalmente no horário de incidência de radiação solar. A maior influência se verifica no caso do forro de madeira que deixa passar o calor com maior facilidade em relação ao concreto.

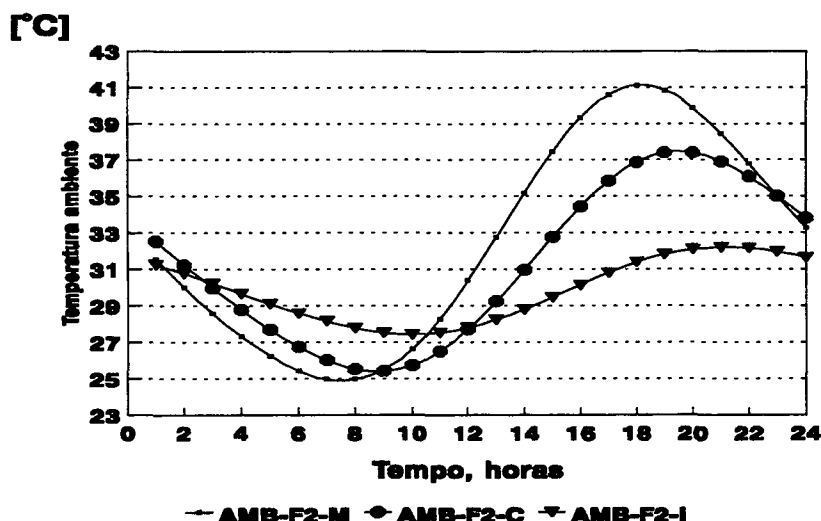


Fig. 5.4 - Perfil horário de temperatura ambiente

A figura 5.5 mostra os perfis de temperatura ambiente, para um número de trocas de ar por hora igual a cinco, obtidos ainda com os mesmos materiais para o forro e telhado.

É possível observar, de forma mais pronunciada, a tendência de achatamento dos perfis, nas horas de maior incidência de radiação solar.

Percebe-se que, a medida que o forro se torna mais isolado, a influência do número de trocas de ar por hora no ático, sobre o perfil de

temperatura ambiente, praticamente desaparece. Mesmo com um forro de madeira, situação para a qual o número de trocas de ar por hora no ático tem maior influência, constata-se que o achatamento do perfil é muito pequeno quando comparado ao efeito provocado pela troca de material do forro.

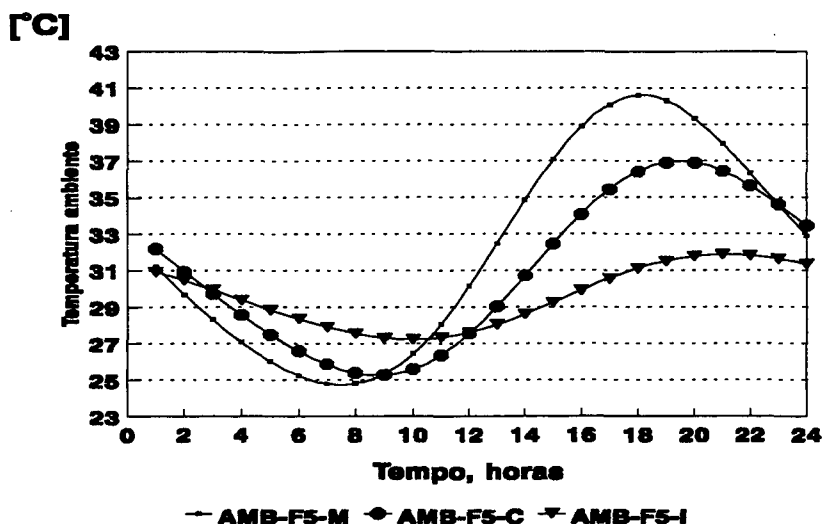


Fig. 5.5 - Perfil horário de temperatura ambiente

Isolando-se o telhado formado por telhas de cimento amianto com uma camada de isopor, (ver tabela 5.1), consegue-se um efeito equivalente ao mostrado nas figuras anteriores, quando se teve a preocupação de isolar o forro, isto é, novamente um achatamento nos perfis de temperatura.

A figura 5.6 mostra os perfis de temperatura ambiente para um telhado de telhas de cimento amianto com uma camada de isolante, para um número de trocas de ar por hora no ático igual a zero.

Os perfis mostram o efeito provocado pelo isolamento do forro, que é semelhante ao descrito para as figuras anteriores.

Observa-se que o achatamento do perfil de temperatura ambiente, devido ao isolamento do telhado, é bem mais pronunciado quando o forro é de madeira (observar figuras 5.3 e 5.6). Isto chega mesmo a fazer coincidir os dois perfis, para os forros de madeira e de concreto, no período que vai das 24 horas até as 7 horas da manhã.

Isto pode ser explicado pelo fato de que, embora a madeira deixe passar o calor mais rapidamente que o concreto, este fica retido no ático,

estabelecendo a coincidência dos perfis no período de ausência de radiação solar.

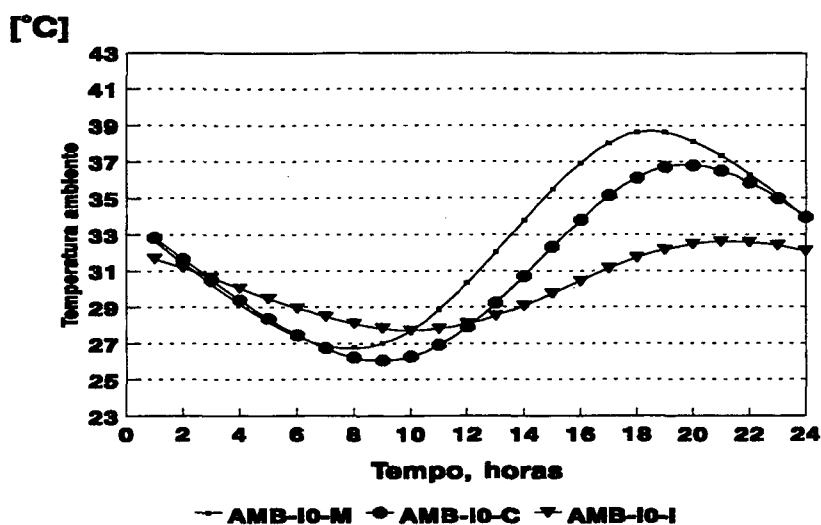


Fig. 5.6 - Perfil horário de temperatura ambiente

Nas figuras 5.7 e 5.8 são apresentados perfis horários para a temperatura ambiente, alterando-se somente o número de trocas de ar por hora para dois (ver fig. 5.7) e para cinco (ver fig. 5.8), em relação à figura 5.5.

Verifica-se claramente o mesmo efeito registrado para o telhado formado por telhas de cimento amianto, mostrado nas figuras 5.3, 5.4 e 5.5.

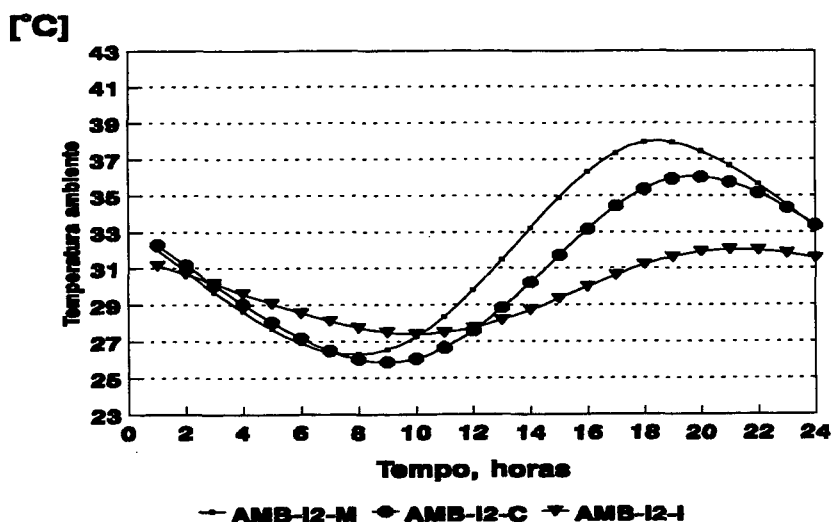


Fig. 5.7 - Perfil horário de temperatura ambiente

O aumento do número de trocas de ar no ático intensifica o efeito de achatamento dos perfis de temperatura ambiente, provocado pelo isolamento do telhado. Pode-se verificar que a influência do número de trocas de ar no ático é, em todas as situações, maior para o período de incidência da radiação solar, em razão dos maiores gradientes de temperatura se verificarem nesse período.

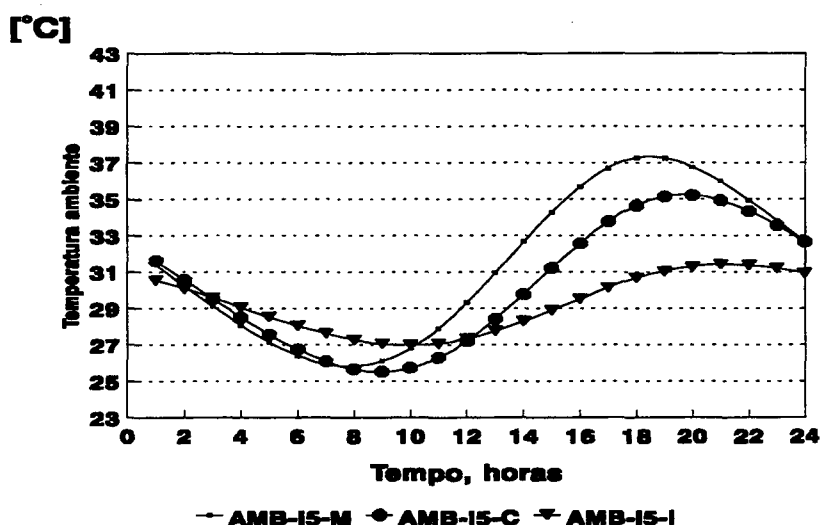


Fig. 5.8 - Perfil horário de temperatura ambiente

5.4 Efeito do tipo de ático sobre a temperatura do ar no ático

Até o momento, a preocupação central foi verificar as variações na temperatura ambiente em função dos materiais utilizados na construção do ático.

Em seguida, as atenções estarão concentradas na temperatura do ar no interior do próprio ático.

A figura 5.9 mostra os perfis de temperatura do ar no ático para um número de trocas de ar por hora igual a zero, considerando-se um telhado formado por telhas de cimento amianto.

Os materiais usados para o forro constam na tabela 5.2 para cada uma das três curvas mostradas.

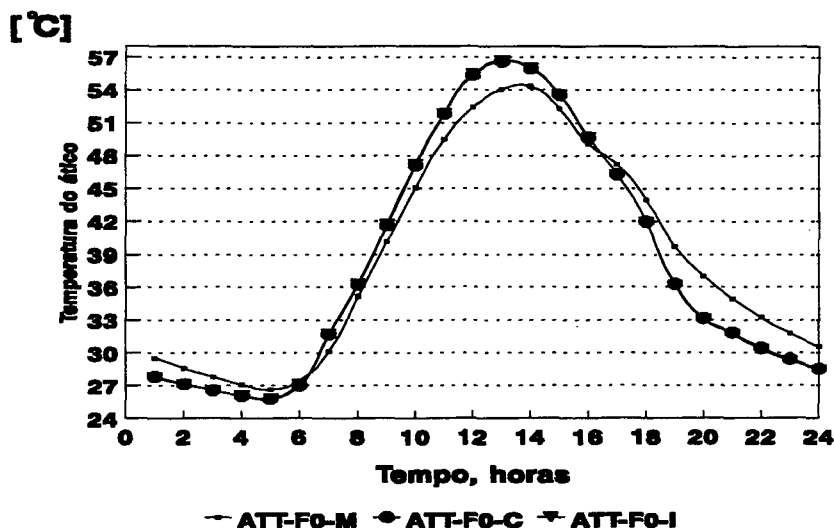


Fig. 5.9 - Perfil horário de temperatura do ático

Pode-se observar que no caso do forro de madeira, o perfil de temperatura do ar no ático sofre uma influência mais acentuada da temperatura do ambiente logo abaixo.

Em comparação com os outros perfis (forro de concreto e concreto mais isolante), é possível verificar que, nas horas em que a radiação solar é mais intensa, a fuga de calor pelo forro de madeira para o ambiente permite uma redução na temperatura do ar no ático.

Por outro lado, a partir de um horário próximo das 17 horas, a temperatura do ar no ático passa a ser inferior à temperatura do ambiente logo abaixo (ver figura 5.3). A tendência nesta situação é oposta à anterior, agora a temperatura do ar no ático é maior para um forro de madeira, em relação aos forros de concreto, mais uma vez em função da maior quantidade de calor trocado com o ambiente abaixo.

Conservando-se os mesmos materiais para o ático, que produziram os resultados mostrados na figura 5.9, porém elevando-se o número de trocas de ar por hora no ático para dois, obtêm-se os resultados mostrados na figura 5.10.

Percebe-se agora que a influência do aumento do número de trocas de ar no ático sobre os perfis de temperatura é evidentemente superior àquela verificada sobre os perfis de temperatura do ar ambiente.

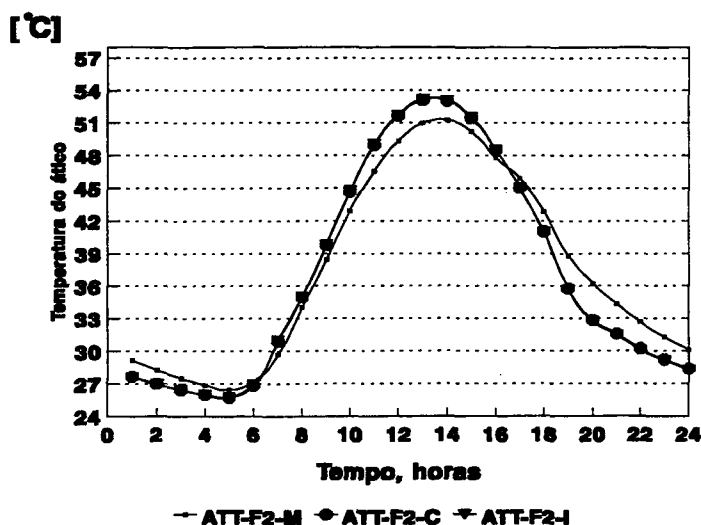


Fig. 5.10 - Perfil horário de temperatura do ático

Este fato torna-se claro, quando se observa que este parâmetro é levado em consideração diretamente na equação do balanço de calor para o ar no ático. O resultado produzido é uma diminuição dos níveis de temperatura ao longo dos perfis, notadamente no período de maior intensidade da radiação solar.

Na figura 5.11, o número de trocas de ar por hora no ático foi elevado para 5.

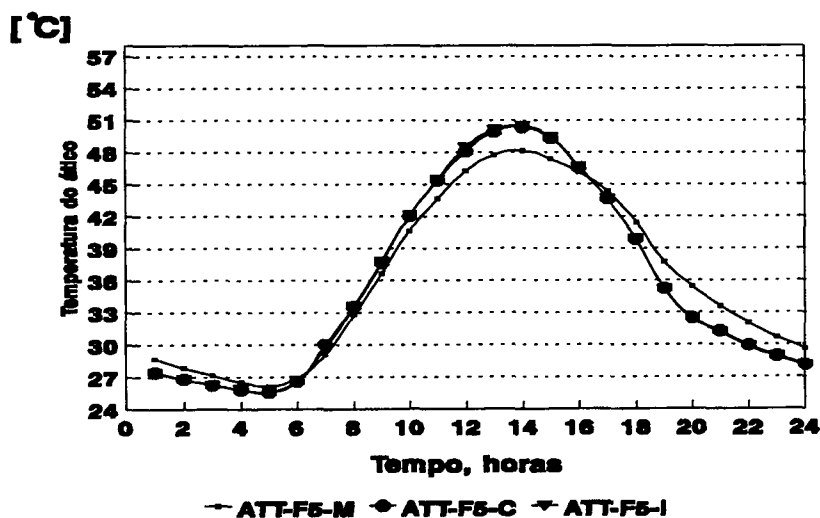


Fig. 5.11 - Perfil horário de temperatura do ático

Nesta situação, ocorre uma redução ainda maior dos níveis de temperatura do ar no ático, sem que qualquer outro tipo de efeito sobre os perfis possa ser percebido.

Verifica-se ainda, que durante a noite e de forma mais caracterizada durante a madrugada, quase nenhuma influência do número de trocas de ar no ático pode ser observada.

Isto fica fácil de entender, a medida em que é durante este período que a temperatura do ar no ático se aproxima da temperatura do ar externo, cujo perfil é apresentado na figura 5.2.

Quando o telhado é isolado com uma camada de isopor, os níveis de temperatura do ar contido no ático diminuem significativamente durante o período de exposição à radiação solar.

Isto é constatado, observando-se os perfis mostrados na figura 5.12, para um número de trocas de ar no ático igual a zero.

Na realidade, ocorre um achatamento dos perfis, pois quando se faz uma comparação da figura 5.12 (telhado isolado) com a figura 5.9 (telhado com telhas de cimento amianto), verifica-se que durante a madrugada a temperatura do ar no ático do telhado isolado é maior.

Para o caso específico do forro de madeira, o efeito produzido pelo isolamento do telhado é ainda maior.

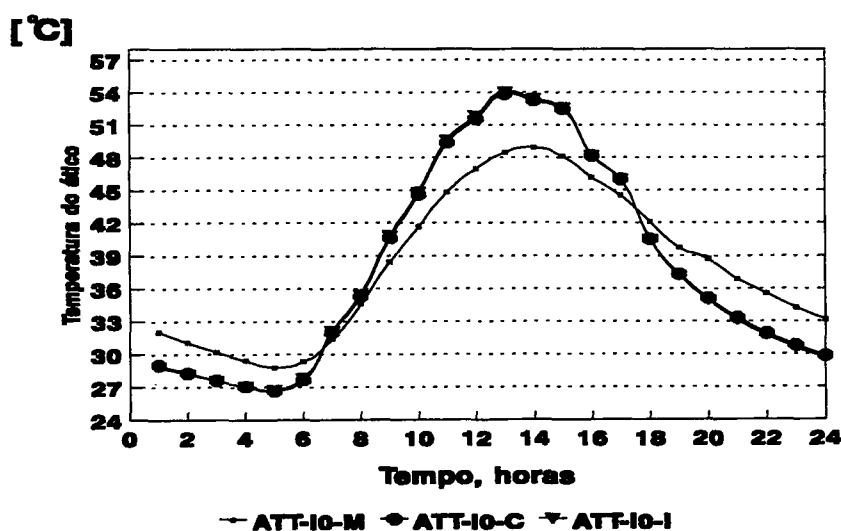


Fig. 5.12 - Perfil horário de temperatura do ático

Na figura 5.13 o número de trocas de ar por hora no ático foi aumentado para dois, enquanto são mantidos os mesmos materiais para o ático.

Confrontando-se assim os perfis da figura 5.12 com os da figura 5.13, observa-se uma diminuição dos níveis de temperatura do ar no ático, no período de exposição aos raios solares.

A coincidência notada para os perfis de temperatura do ar no ático, para forros de concreto e concreto mais isolante, pode ser explicada pelo fato de que o material do forro exerce uma influência sobre a temperatura do ar no ático muito inferior àquela que se obtém quando se altera o material do telhado. Somente no caso do forro de madeira, que permite uma fuga mais rápida de calor para o ambiente abaixo, é que se nota uma queda significativa na temperatura do ar no ático, no período de exposição do telhado à radiação solar.

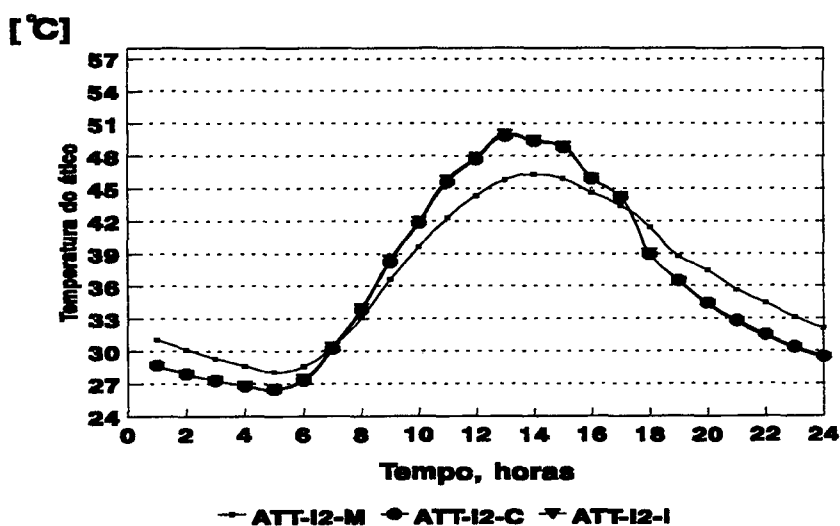


Fig. 5.13 - Perfil horário de temperatura do ático

Para um número de trocas de ar igual a cinco, consegue-se diminuir mais ainda a temperatura do ar no ático, como mostra a figura 5.14.

A influência deste parâmetro restringe-se quase que exclusivamente ao período de incidência de radiação solar.

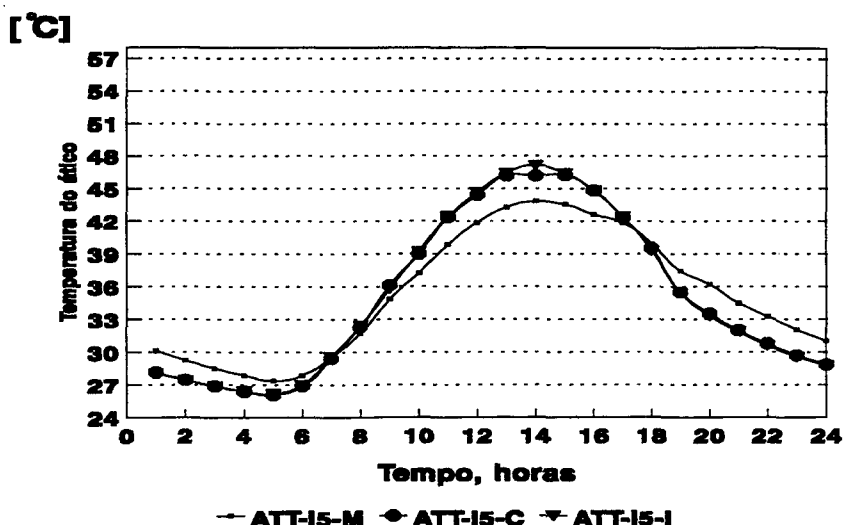


Fig. 5.14 - Perfil horário de temperatura do ático

5.5 Efeito do tipo de ático sobre o conforto térmico ambiente

Os resultados que serão apresentados neste item foram obtidos, considerando-se um ser humano localizado no centro do ambiente, numa atividade física tal, que a taxa metabólica produzida é de $58,14 \text{ Watts/m}^2$.

A tabela 5.3 mostra o código das curvas apresentadas para o PMV (voto médio previsto), de acordo com os materiais utilizados para o ático em cada situação.

Além disso, adotou-se uma velocidade do ar de $0,1 \text{ m/s}$, sem admitir qualquer tipo de condicionamento de ar ambiente.

Em face dos níveis de temperatura serem relativamente altos, uma vez que os resultados foram obtidos para um dia típico de verão (21 de janeiro), optou-se por fazer um estudo com um ser humano nu, pois em caso contrário, seriam obtidos valores ainda maiores para a sensação de conforto térmico.

Na figura 5.15 são mostradas as curvas de sensação de conforto térmico, correspondentes a situação apresentada na figura 5.3.

Tabela 5.3 - Materiais empregados para análise da sensação de conforto térmico

Figura	Curva	Material do forro	Material do telhado
5.15	PMV-F0-M	Madeira - 50 mm	Cimento amianto
	PMV-F0-C	Concreto - 100 mm	Cimento amianto
	PMV-F0-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.16	PMV-F2-M	Madeira - 50 mm	Cimento amianto
	PMV-F2-C	Concreto - 100 mm	Cimento amianto
	PMV-F2-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.17	PMV-F5-M	Madeira - 50 mm	Cimento amianto
	PMV-F5-C	Concreto - 100 mm	Cimento amianto
	PMV-F5-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.18	PMV-C0-M	Madeira - 50 mm	Amianto + Isolante
	PMV-C0-C	Concreto - 100 mm	Amianto + Isolante
	PMV-C0-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
5.19	PMV-C2-M	Madeira - 50 mm	Amianto + Isolante
	PMV-C2-C	Concreto - 100 mm	Amianto + Isolante
	PMV-C2-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
5.20	PMV-C5-M	Madeira - 50 mm	Amianto + Isolante
	PMV-C5-C	Concreto - 100 mm	Amianto + Isolante
	PMV-C5-I	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante

Embora não se possa restringir a análise dos valores da sensação térmica, levando-se em consideração apenas a temperatura de bulbo seco do ar ambiente, pode-se observar, na comparação das figuras 5.3 e 5.15, que os perfis encontrados para a sensação térmica acompanham as formas observadas para os perfis de temperatura ambiente.

Além de temperatura ambiente, deve-se lembrar que a temperatura média radiante e a umidade relativa do ar são parâmetros que influenciam o voto médio previsto (PMV).

Como pode-se observar na figura 5.15, para os forros de madeira e de concreto, a sensação térmica (PMV) atinge um valor igual a três por determinado período durante a tarde.

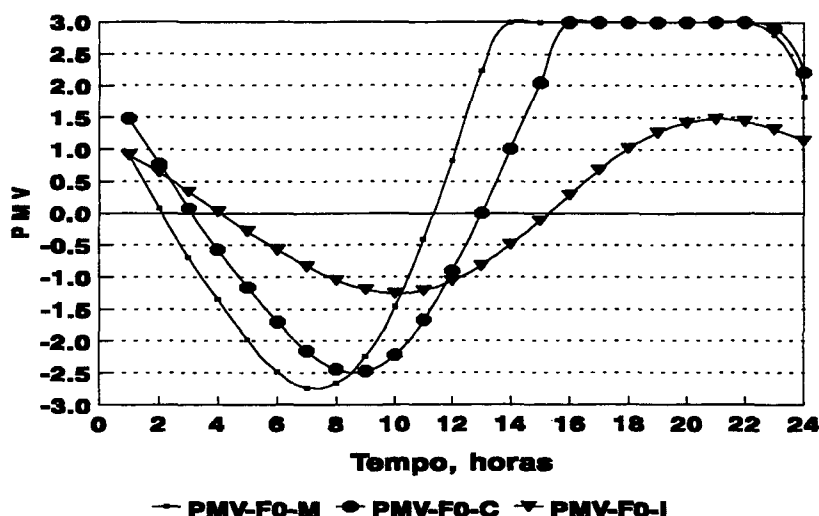


Fig. 5.15 - Perfil horário do voto médio previsto

Em realidade, como não tem sentido se falar em sensação térmica (PMV) com valores superiores a três, foi permitido que o sistema computacional alterasse a velocidade do ar, inicialmente fixada em 0,1 m/s, até um valor não superior a 0,3 m/s. Com isto, nos trechos das curvas onde PMV atinge o valor três, a velocidade do ar tem um valor que está entre 0,1 m/s e 0,3 m/s.

Observa-se ainda na figura 5.15, onde os resultados são apresentados para um número de trocas de ar por hora no ático igual a zero, que o material do forro exerce forte influência sobre os níveis de sensação térmica do ambiente.

As figuras 5.16 e 5.17 mostram os perfis de sensação térmica, quando o número de trocas de ar no ático é aumentado para dois e cinco, respectivamente.

Nos perfis para a temperatura ambiente, apresentados a partir da figura 5.3 até a figura 5.5, pode-se constatar rapidamente a influência do número de trocas de ar no ático, quando se observa principalmente os pontos de máximo.

Ainda que nas figuras 5.15, 5.16 e 5.17, para os casos em que o forro é de madeira ou de concreto, os perfis de sensação térmica não apresentem um único ponto de máximo, em razão do limite superior para o PMV ser igual a três, é possível observar o mesmo efeito registrado anteriormente sobre os perfis de temperatura ambiente.

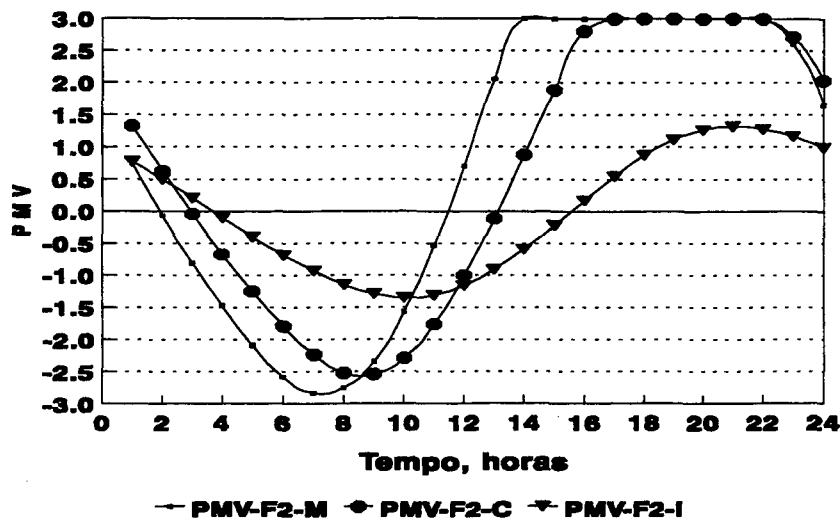


Fig. 5.16 - Perfil horário do voto médio previsto

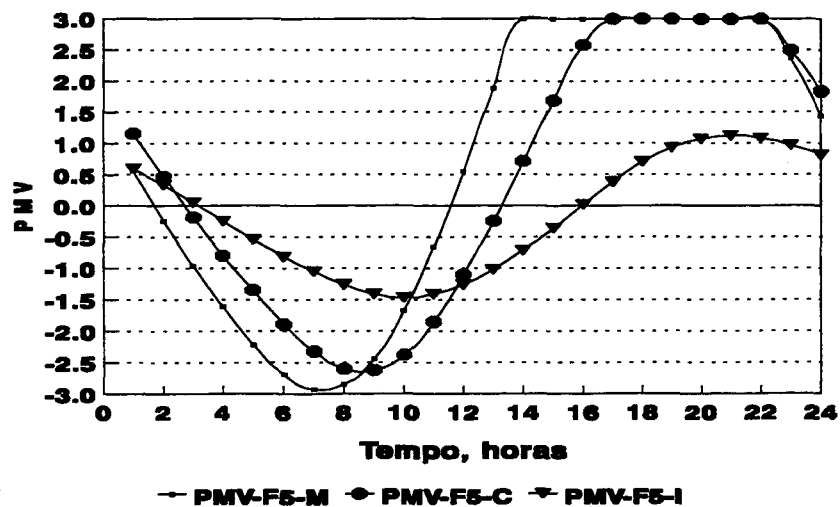


Fig. 5.17 - Perfil horário do voto médio previsto

A figura 5.18 mostra os perfis para a sensação térmica ambiente quando se utiliza um telhado mais isolado (ver tabela 5.3).

O efeito provocado pelo uso de materiais diferentes para o forro aparece nas três curvas de sensação térmica, para forros de madeira, concreto e concreto mais isolante.

O número de trocas de ar no ático é igual a zero para os perfis da figura 5.18. Quando se comparam os perfis da figura 5.15 com os da figura 5.18, pode-se verificar o efeito provocado pelo isolamento do telhado.

Para o caso do forro mais isolado, nota-se que o isolamento do telhado tem uma influência quase desprezível sobre o perfil de sensação térmica ambiente.

Para o forro de concreto, o isolamento do telhado já provoca um achatamento mais significativo do perfil de sensação térmica.

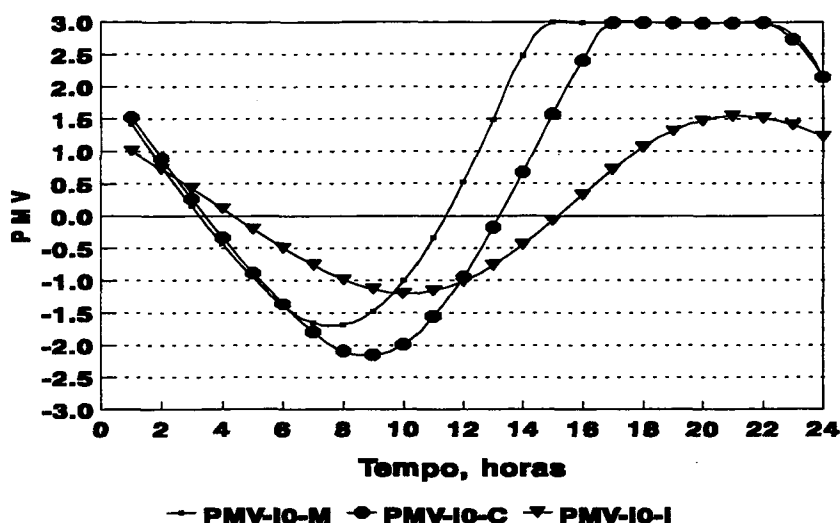


Fig. 5.18 - Perfil horário do voto médio previsto

Para o forro de madeira, o efeito provocado pelo isolamento do telhado é bastante pronunciado. Verifica-se que este isolamento provoca a retenção de calor no ático durante a noite.

Como o forro de madeira deixa passar o calor com certa facilidade, a sensação térmica (PMV) negativa, registrada durante a madrugada (ver figura 5.15), é fortemente atenuada pelo isolamento do telhado (ver figura 5.18).

Aumentando-se o número de troca de ar no ático para dois, obtém-se perfis de sensação térmica mais achatados no período de incidência de radiação solar. Isto pode ser verificado na figura 5.19.

Ainda que o efeito do aumento do número de trocas de ar no ático seja pequeno em comparação com o produzido pela mudança do material do forro, ele parece adquirir maior importância quando o telhado é isolado.

Isto pode ser observado na figura 5.20, quando o perfil de sensação térmica para o ambiente, para um forro de concreto, volta a ter um ponto de máximo apenas.

Este efeito não foi conseguido pelo aumento do número de trocas de ar no ático, quando o telhado não apresentava isolamento (ver figuras 5.15, 5.16 e 5.17).

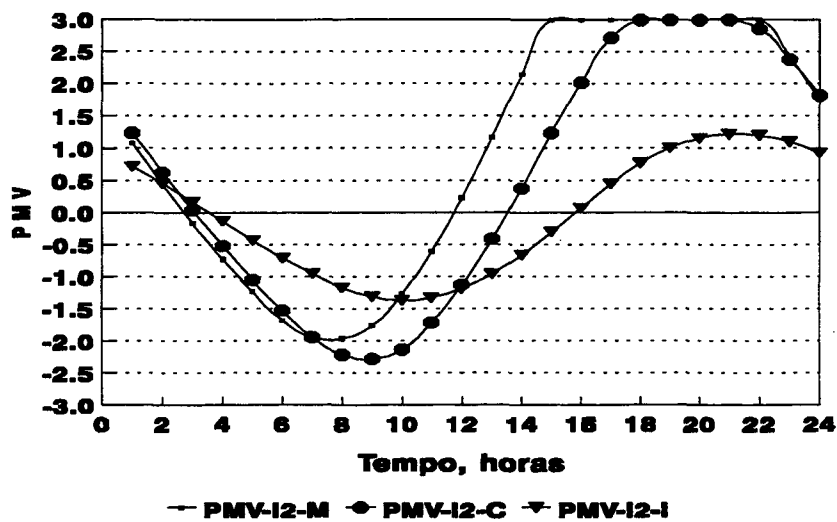


Fig.5.19 - Perfil horário do voto médio previsto

Isto pode ser explicado , observando-se que para um telhado isolado, o perfil de temperatura do ar contido no ático se afasta mais do perfil de temperatura do ar externo, mostrado na figura 5.2.

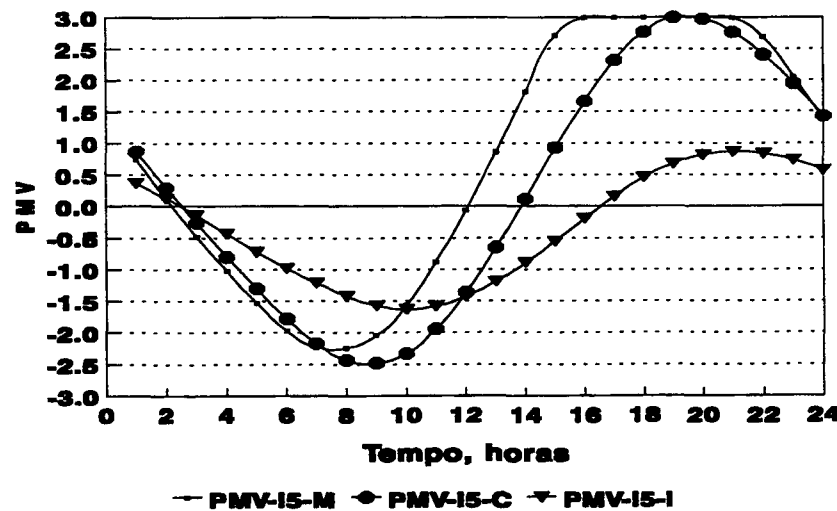


Fig. 5.20 - Perfil horário do voto médio previsto

Cresce então a eficiência da troca do ar no ático sobre o conforto térmico ambiente, pois alivia a carga térmica exercida pelo ático sobre o ambiente, sobretudo no período onde a radiação solar é mais intensa.

5.6 Efeito da forma do ático sobre o conforto térmico ambiente

Com o objetivo de se verificar até que ponto a forma do ático pode influenciar no conforto térmico do ambiente, foi realizada uma análise, variando-se a inclinação dos triângulos do ático, isto é, alterando-se os ângulos de inclinação θ_1 e θ_2 (ver figura 4.11).

Por simplicidade, θ_1 foi feito igual a θ_2 , aproveitando-se com isto os resultados apresentados no item 5.5.

A tabela 5.4 mostra o código das curvas que serão apresentadas nas figuras 5.21 a 5.24, onde são mantidos alguns tipos de materiais, que apareceram anteriormente nas tabelas 5.1, 5.2 e 5.3.

Tabela 5.4 - Materiais empregados para análise da sensação de conforto térmico.

Figura	Curva	Material do forro	Material do telhado
5.21	PMVFMD01	Madeira - 50 mm	Cimento amianto
	PMVFMD51	Madeira - 50 mm	Cimento amianto
	PMVFMD89	Madeira - 50 mm	Cimento amianto
5.22	PMVFCI01	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
	PMVFCI51	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
	PMVFCI89	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Cimento amianto
5.23	PMVIMD01	Madeira - 50 mm	Amianto + Isolante
	PMVIMD51	Madeira - 50 mm	Amianto + Isolante
	PMVIMD89	Madeira - 50 mm	Amianto + Isolante
5.24	PMVICI01	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
	PMVICI51	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante
	PMVICI89	Conc. 100 mm + isol. 25 mm	Amianto + Isolante

Os dois dígitos finais do código das curvas identifica o valor dos ângulos θ_1 e θ_2 , iguais a 1° , 51° e 89° .

A análise limitou-se exclusivamente a um número de trocas de ar no ático igual a 0 (zero), ainda que futuramente se possa estudar a influência sobre o conforto térmico, da combinação de mais este parâmetro com a forma do ático.

A figura 5.21 mostra as curvas obtidas para a sensação de conforto térmico quando não se tem nenhuma preocupação em isolar termicamente o ático.

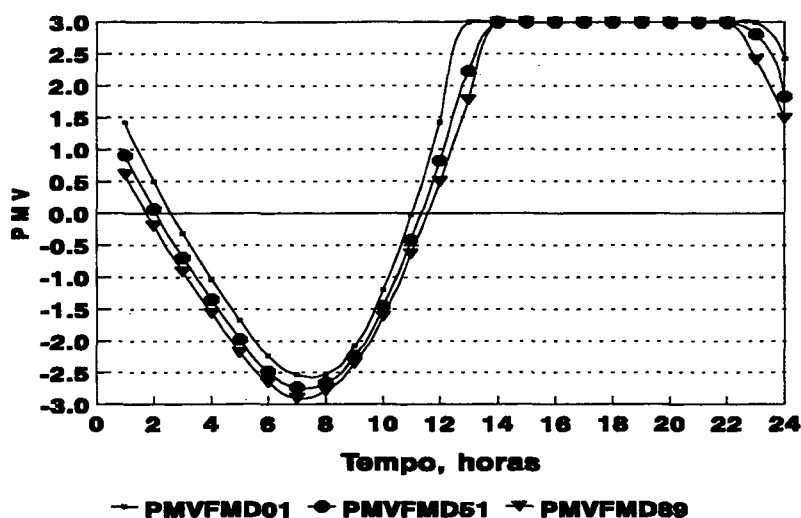


Fig. 5.21 - Perfil horário do voto médio previsto

Observa-se na figura 5.21, que a influência da forma do ático sobre os perfis de sensação térmica ambiente, embora não tão acentuada durante o período de ausência da radiação solar, é significativa.

O efeito da forma do ático provoca o deslocamento inteiro dos perfis, aumentam de dia os valores do PMV, a medida em que o telhado se torna mais plano e próximo do forro.

Na figura 5.22, em virtude do forro ser de material mais isolante, os perfis de sensação térmica aparecem mais achatados e pode-se observar a influência da forma do ático, também no período de maior intensidade da radiação solar.

Os resultados mostram a mesma tendência observada na figura 5.21, mas também indicam que aumenta a importância da forma do ático, a medida em que as curvas tendem a se tornar mais afastadas.

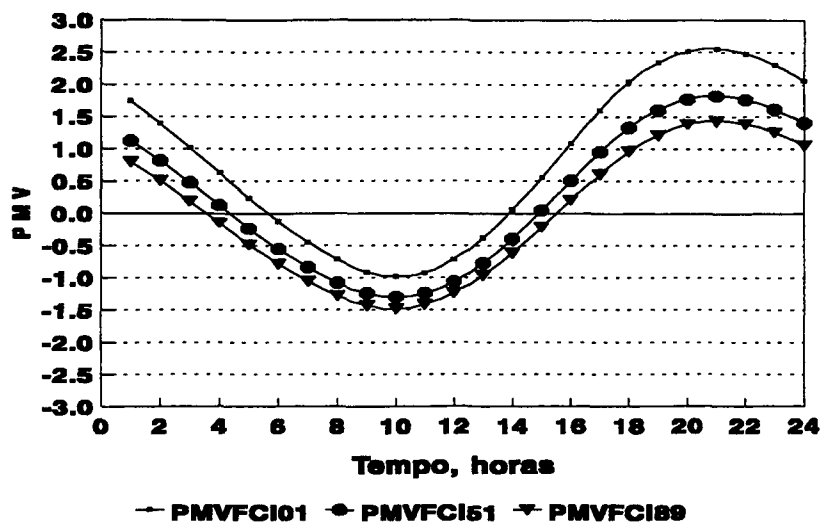


Fig. 5.22 - Perfil horário do voto médio previsto

Também pode ser observado na figura 5.22, que os perfis tem os seus pontos de máximo valor para PMV, por volta das 20 horas. Este atraso, em relação ao horário de máxima intensidade da radiação solar, se deve ao uso de forro de concreto com isolante.

Ao se comparar a figura 5.21 com a figura 5.22, nota-se que a forma do ático, também durante a noite, é mais importante no caso do forro mais isolado. Isto se explica, observando-se que durante a noite o forro mais isolado se mantém aquecido, estabelecendo uma diferença significativa entre as temperaturas do telhado e do próprio forro.

Com isto, o termo de radiação ganha destaque no balanço térmico. Em consequência, cresce a importância da forma.

Na figura 5.23 são apresentados os resultados para um forro de madeira, mas com o telhado mais isolado. O efeito da forma do ático sobre os perfis de sensação térmica confirma as observações feitas para as figuras 5.21 e 5.22. Ao se comparar as figuras 5.23 e 5.21, percebe-se que o isolamento do telhado afasta um pouco os perfis, produzindo um efeito semelhante àquele que foi obtido pelo isolamento do forro.

Na figura 5.24, quando tanto o forro quanto o telhado estão mais isolados, nota-se um deslocamento por inteiro do perfil no sentido de aumentar o valor do PMV (sensação de conforto térmico), a medida em que o telhado se achata, aproximando-se do forro.

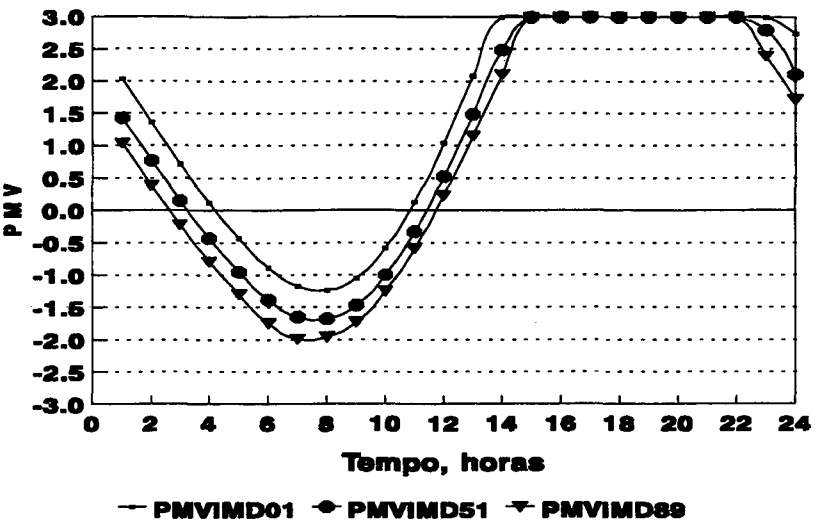


Fig. 5.23 - Perfil horário do voto médio previsto

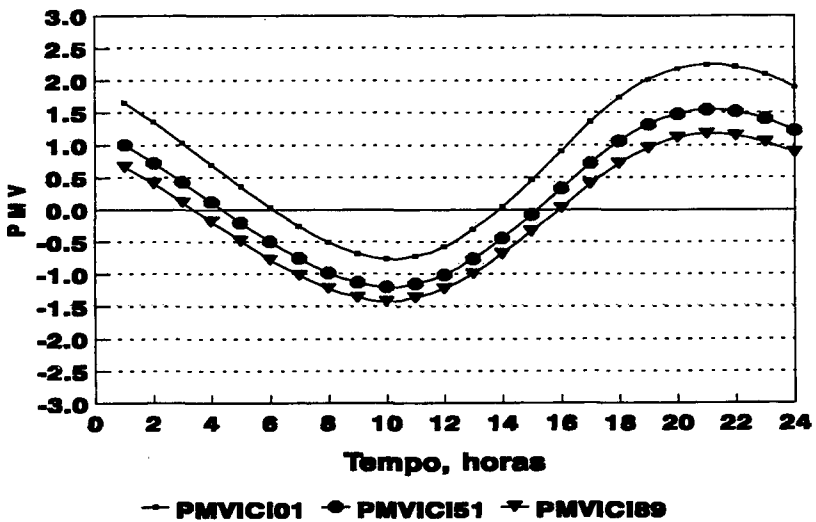


Fig. 5.24 - Perfil horário do voto médio previsto

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Foi apresentada uma metodologia para estimar a radiação solar, incidente sobre uma superfície, na ausência de nuvens e aplicável especificamente para o hemisfério sul. A incorporação deste no programa NBSLD [11] permitiu as comparações apresentadas neste trabalho.

Através de um balanço de energia, desenvolveu-se um modelo capaz de determinar o impacto do ático (forma, dimensões, materiais construtivos) sobre a temperatura do ar neste ambiente. Para tanto, foi necessário o desenvolvimento de um algoritmo capaz de calcular os fatores de forma, de maneira generalizada, para as superfícies do ático.

O impacto do tipo de ático sobre a temperatura no interior da edificação e sobre a sensação de conforto térmico foi também analisado. Neste caso tornou-se necessário o desenvolvimento de um modelo capaz de calcular o fator de forma entre um indivíduo e as paredes do ambiente, em qualquer posição.

A partir deste modelo tornou-se possível a determinação da temperatura média de radiação e também do voto médio previsto.

Foi demonstrado que um cuidado especial deve ser dado à especificação do tipo de ático, já que este exerce influência fundamental na sensação de conforto térmico, embora tal influência dependa também do tipo de edificação considerada.

Como continuidade deste trabalho, sugere-se: i) a implementação de um modelo capaz de simular a radiação solar na presença de nuvens, ii) a extensão do modelo desenvolvido para calcular as radiosidades das superfícies do ático, para determinar as radiosidades das superfícies do ambiente e iii) desenvolvimento de modelos, capazes de determinar campos de temperatura, velocidade, umidade do ar, para em conjunto com o modelo desenvolvido para a temperatura média radiante, permitir a determinação mais realística da distribuição da sensação de conforto térmico.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Lunde, P.J., "Solar Thermal Engineering", John Wiley and Sons, New York, 1980
- [2] Machler, M. A. and Iqbal, M., "A Modification of the ASHRAE Clear Sky Irradiation Model", ASHRAE Transactions, 1985
- [3] Fanger, P.O., "Therrmal Comfort", McGraw-Hill Book Company, New York, 1972
- [4] ASHRAE, "Fundamentals Handbook", 1981
- [5] Kusuda, T. "Algorithms for calculating the transient heat conduction thermal response factors for multilayer structures of various heat conductions systems", NBS, Washington, 1969
- [6] Siegel, R. and Howell, J.R., " Thermal Radiation Heat Transfer", McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, 1982
- [7] Aubertin, M. G., "Le travail industiel en ambiance chaude", Cahiers de Notes Documentaires, numero 83, deuxième trimestre, 1976
- [8] Threlkeld, J.L. and Jordan, R.C., "Direct solar radiation available on clear days", ASHRAE Transactions, Vol. 14, pp 45-56
- [9] Rzatki, J.R., "Modelos de radiação para utilização em programas de simulação térmica de edificações", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Março, 1993
- [10] Hoays, H. S., "FATTIC: Um programa generalizado para a determinação dos fatores de forma em áticos", III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Itapema SC, Dezembro, 1990
- [11] NBSLD, "National Bureau of Standards Heating and Cooling Load Determination Program, Nat. Bur. Stand. (U.S.) Bldg. Sci. Ser. 69, 398 pages (July 1975)
- [12] N. Galanis, Ph. D., P.E., Chatigny R., P.E., "A Critical Review of the ASHRAE Solar Radiation Model", ASHRAE Transactions, 1986

APÊNDICES

APÊNDICE A

a) Método dos mínimos quadrados para a determinação dos coeficientes usados para a avaliação da Constante Solar Aparente (A).

Pela equação (2.5), a Constante Solar Aparente é expressa como uma combinação linear de senos e co-senos, cujos argumentos são dependentes do número de dias decorridos a partir de primeiro de janeiro, DY, até a data considerada.

$$A_{sul} = A_0 + A_1 C_1 + A_2 C_2 + A_3 C_3 + A_4 S_1 + A_5 S_2 + A_6 S_3 \quad (2.5)$$

onde:

$$C_1 = \cos(x) \quad C_2 = \cos(2x) \quad C_3 = \cos(3x)$$

$$S_1 = \sin(x) \quad S_2 = \sin(2x) \quad S_3 = \sin(3x)$$

sendo x calculado pela seguinte expressão:

$$x = \frac{2 \pi DY}{366} \quad (2.5.g)$$

Definindo SSQR como a função que expressa a soma do quadrado dos erros em cada um dos valores medidos ao longo do ano (um para cada mês), tem-se:

$$SSQR = \sum_{i=1}^{i=12} [A_i - A_0 - A_1 C_1 - A_2 C_2 - A_3 C_3 - A_4 S_1 - A_5 S_2 - A_6 S_3]^2 \quad (A-1)$$

Para que SSQR tenha um valor mínimo, as seguintes condições devem ser atendidas.

$$\text{a) } \frac{\partial(SSQR)}{\partial A_1} = 0 \quad \text{b) } \frac{\partial(SSQR)}{\partial A_2} = 0 \quad \text{c) } \frac{\partial(SSQR)}{\partial A_3} = 0$$

$$\text{d) } \frac{\partial(SSQR)}{\partial A_4} = 0 \quad \text{e) } \frac{\partial(SSQR)}{\partial A_5} = 0 \quad \text{f) } \frac{\partial(SSQR)}{\partial A_6} = 0$$

Desenvolvendo cada uma destas condições, chega-se a:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \left[\sum_{i=1}^{i=12} C1 C1 \right] A1 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} C1 C2 \right] A2 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} C1 C3 \right] A3 \\
 & + \left[\sum_{i=1}^{i=12} C1 S1 \right] A4 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} C1 S2 \right] A5 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} C1 S3 \right] A6 \\
 & = \sum_{i=1}^{i=12} C2 (A_i - A0)
 \end{aligned}$$

As equações referentes às outras condições são análogas às aqui desenvolvidas. Dar-se-á então preferência a uma forma genérica de representação do sistema linear em questão, como mostrado a seguir.

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{i=1}^{i=12} VL VC \right] A1 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} VL VC \right] A2 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} VL VC \right] A3 \\
 & + \left[\sum_{i=1}^{i=12} VL VC \right] A4 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} VL VC \right] A5 + \left[\sum_{i=1}^{i=12} VL VC \right] A6 \\
 & = \sum_{i=1}^{i=12} VL (A_i - A0) \tag{A - 2}
 \end{aligned}$$

Na equação anterior, VL e VC representam respectivamente variáveis referentes à linha e à coluna do sistema linear, em forma matricial.

Assim, se Li for número da linha, ter-se-á:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Se } Li=1, & VL = C1; \quad Li = 4, \quad VL = S1 \\
 Li=2, & VL = C2; \quad Li = 5, \quad VL = S2 \\
 Li=3, & VL = C3; \quad Li = 6, \quad VL = S3
 \end{array}$$

Analogamente, se Co representar o número da coluna da matriz dos coeficientes, isto implicará que:

$$\begin{array}{ll} \text{Se } Co = 1, & VC = C1; \\ Co = 2, & VC = C2; \\ Co = 3, & VC = C3; \end{array} \quad \begin{array}{ll} Co = 4, & VC = S1 \\ Co = 5, & VC = S2 \\ Co = 6, & VC = S3 \end{array}$$

Resolvendo o sistema linear, isto é, calculando os coeficientes A1, A2, A3, A4, A5, A6, a 'Constante Solar Aparente', para o hemisfério sul, fica então definida pela equação (2.5), onde:

A0 = valor médio dos valores disponíveis na tabela 2.2

$$A0 = 1147,340833$$

$$A1 = 17,2897548$$

$$A2 = -1,2327945$$

$$A3 = 1,3043564$$

$$A4 = -0,0726361$$

$$A5 = -0,2747836$$

$$A6 = -0,1887459$$

A tabela A-1 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos para a Constante Solar Aparente, para o hemisfério sul, fornecidos pela equação (2.5) e os valores da tabela (2.3), obtidos pela equação (2.3), de acordo com Lunde [1].

Tabela A-1 - Comparação dos valores fornecidos pelas equações (2.3) e (A-1)

Data	DY	Constante Solar Aparente [Tab. 2.3]	Constante Solar Aparente [eq. (2.5)]	Erro (%)
Jan/21	21	1163,61	1162,83	0,06
Fev/21	52	1155,36	1156,87	0,13
Mar/21	80	1152,55	1151,12	0,12
Abr/21	111	1143,68	1143,93	0,02
Mai/21	141	1134,18	1134,99	0,07
Jun/21	172	1129,17	1128,10	0,09
Jul/21	202	1129,06	1129,27	0,01
Ago/21	233	1136,33	1137,20	0,07
Set/21	264	1147,29	1145,88	0,12
Out/21	294	1152,06	1153,03	0,08
Nov/21	325	1160,44	1160,44	0,02
Dez/21	355	1164,36	1164,49	0,01

Pode-se verificar uma excelente concordância entre os valores tabelados e os obtidos pela equação 2.5.

b) Método dos mínimos quadrados para a determinação dos coeficientes usados para a avaliação da Constante de Absorção (B)

Pela equação (2.6), a Constante de Absorção (B) pode ser determinada para uma data qualquer, uma vez que os coeficientes B0, B1, B2, B3, B4, B5, B6, sejam conhecidos.

A montagem do sistema linear para determiná-los é análoga a descrita anteriormente. A solução deste sistema linear apresenta os seguintes valores para os coeficientes procurados:

B0 = média aritmética dos valores disponíveis na tabela 2.3

B1 = 0,160667 B4 = 0,0033708
B2 = 0,0240338 B5 = 0,001020
B3 = 0,0032643 B6 = -0,000220

A tabela A-2 apresenta uma comparação entre os resultados fornecidos pela equação (2.6) e os valores tabelados [1] para a Constante de Absorção, para o hemisfério sul.

Constata-se que, também neste caso, os erros produzidos pela equação (2.6) são muito pequenos, comprovando a adequação da curva aos valores da Constante de Absorção.

Tabela A-2 - Comparação dos valores fornecidos pelas equação (2.6) e os valores tabelados [1]

Data	DY	Constante de Absorção [Tab. 2.4]	Constante Solar Aparente [eq. (2.5)]	Erro (%)
Jan/21	21	0,186	0,187	0,29
Fev/21	52	0,182	0,180	1,11
Mar/21	80	0,165	0,167	1,28
Abr/21	111	0,152	0,152	0,28
Mai/21	141	0,144	0,143	0,55
Jun/21	172	0,141	0,142	0,38
Jul/21	202	0,141	0,141	0,05
Ago/21	233	0,142	0,142	0,17
Set/21	264	0,149	0,149	0,24
Out/21	294	0,164	0,163	0,37
Nov/21	325	0,177	0,177	0,18
Dez/21	355	0,185	0,185	0,05

c) Equação do tempo - valores das constantes da equação (2.17)

De acordo com os valores fornecidos pela ASHRAE [4] para a equação do tempo e usando procedimento idêntico ao descrito para os coeficientes A e B, os seguintes valores foram obtidos para as constantes da equação (2.17):

$A0_{et} = \text{valor médio}$		$A0_{et} = -0,0002$
$A1_{et} = 0,4197$	$A3_{et} = -0,0903$	$A5_{et} = -9,3912$
$A2_{et} = -3,2245$	$A4_{et} = -7,351$	$A6_{et} = -0,3361$

d) Cálculo do azimuth solar (ψ) - demonstração da equação (2.18)

A figura A-1 mostra o azimuth solar ψ marcado sobre uma superfície horizontal (H), sobre a qual incide o raio solar (r).

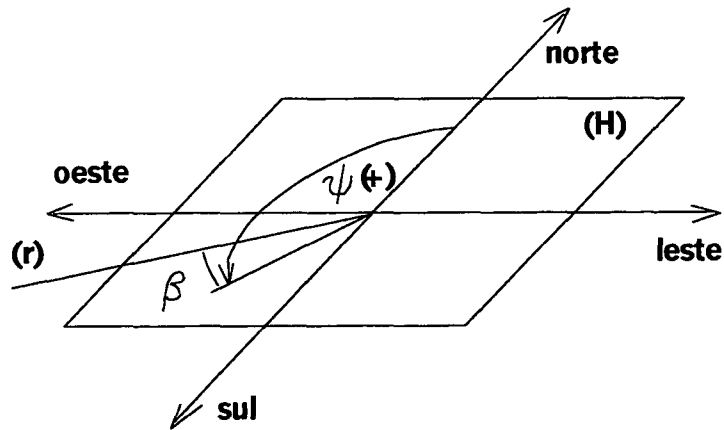


Fig. A-1 - Convenção para o ângulo azimuth solar (ψ)

O co-seno diretor da reta que contém o raio solar (r) na direção leste é dado por:

$$CDR_{leste} = \cos \beta \cos (270 - \psi) = \cos \beta \sin \psi \quad (A - 3)$$

A figura A-2 mostra os raios solares (r) incidindo sobre a superfície terrestre.

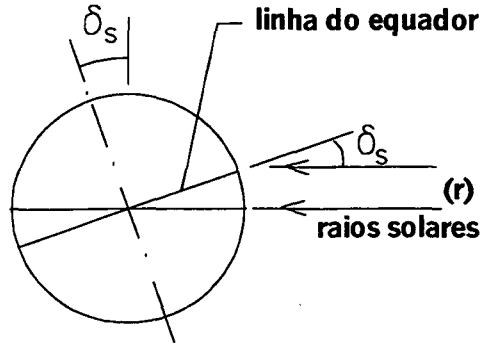


Fig. A-2 - Influência da declinação solar (δ_s) na direção dos raios solares sobre a superfície terrestre

Considerando o plano (ν), na figura A-3, observa-se que o cosseno diretor da reta que contém o raio solar (r), na direção leste, também pode ser dado por:

$$CDR_{\text{leste}} = \cos \delta_s \cos \omega \quad (\text{A} - 4)$$

Assim, igualando as equações (A-5) e (A-6), obtém-se:
 $\cos(\beta) \sin(\psi) = \cos(\delta) \sin(\omega)$, com $\sin(\psi)$ definido pela equação (2.18).

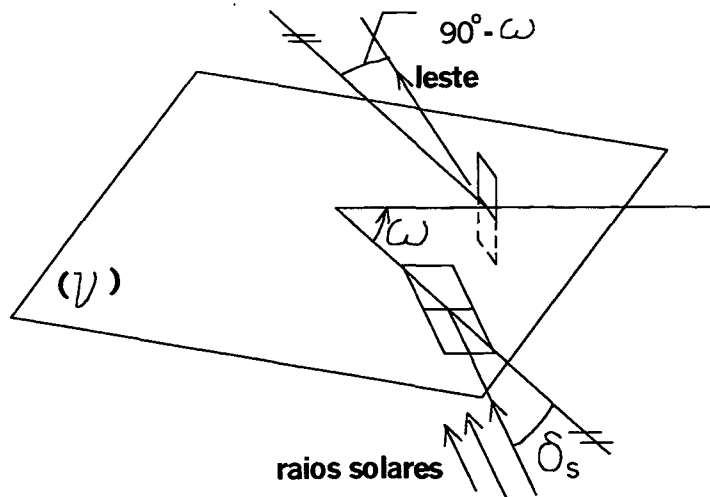


Fig. A-3 - Plano normal ao eixo de rotação terrestre e influência combinada dos ângulos (ω) e (δ_s) sobre a direção dos raios solares

e) Demonstração da equação (2.19)

A equação (2.19) estabelece o cálculo para o ângulo de incidência do raio solar sobre uma superfície qualquer.

A figura A-4 mostra com detalhes os ângulos necessários para a avaliação da equação (2.19).

O ângulo de incidência θ é o ângulo entre a normal à superfície (S) e a reta que contém o raio solar.

Da geometria, sabemos que o co-seno do ângulo entre duas retas é igual ao somatório do produto dos co-senos diretores dessas retas, isto é:

$$\cos \theta = \text{CDX1 CDX2} + \text{CDY1 CDY2} + \text{CDZ1 CDZ2} \quad (\text{A - 5})$$

onde:

CDX1 – Co-seno diretor da reta (1) na direção X (sul).

CDX2 – Co-seno diretor da reta (2) na direção X (sul).

CDY1 – Co-seno diretor da reta (1) na direção Y (leste).

CDY2 – Co-seno diretor da reta (2) na direção Y (leste).

CDZ1 – Co-seno diretor da reta (1) na direção Z (zênite).

CDZ2 – Co-seno diretor da reta (2) na direção Z (zênite).

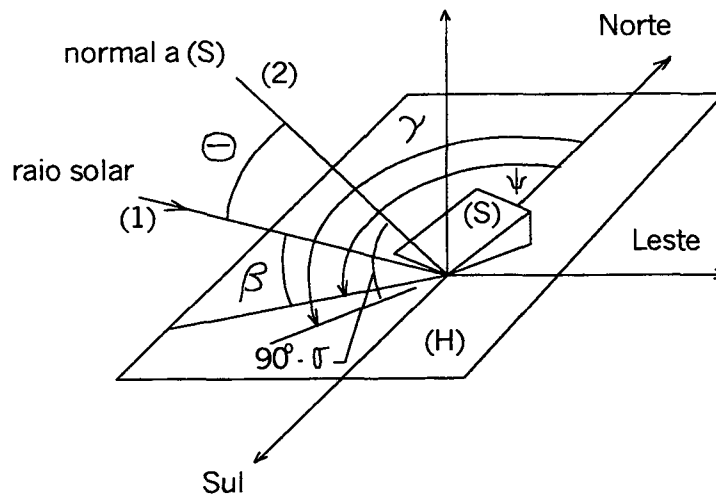


Fig. A-4- Ângulos solares e de orientação de uma superfície (S) para obtenção da equação (2.19)

Da figura A-4 verifica-se que:

$$CDX1 = \cos (90 - \sigma) \cos (180 - AZ)$$

$$CDX2 = \cos (\beta) \cos (180 - \psi)$$

$$CDY1 = \cos (90 - \sigma) \cos (270 - AZ)$$

$$CDY2 = \cos (\beta) \cos (270 - \psi)$$

$$CDZ1 = \cos (\sigma)$$

$$CDZ2 = \sin (\beta)$$

Rescrevendo os co-senos diretores, obtém-se as seguintes equações:

$$CDX1 = -\sin (\sigma) \cos (AZ) \quad (A-6)$$

$$CDX2 = -\cos (\beta) \cos (\psi) \quad (A-7)$$

$$CDY1 = -\sin (\sigma) \sin (AZ) \quad (A-8)$$

$$CDY2 = \cos (\beta) \sin (\psi) \quad (A-9)$$

$$CDZ1 = \cos (\sigma) \quad (A-10)$$

$$CDZ2 = \sin (\beta) \quad (A-11)$$

Colocando as equações (A-6) a (A-11) na equação (A-5), obtém-se:

$$\cos \theta = \sin \sigma \cos \beta (\cos AZ \cos \psi + \sin AZ) + \cos \sigma \sin \beta + \cos \sigma \sin \beta ,$$

$$\text{sabendo que } (\cos AZ \cos \psi + \sin AZ) = \cos (\psi - AZ) = \cos (\gamma)$$

Então, $\cos \theta = \sin \sigma \cos \gamma + \cos \sigma \sin \beta$, onde :
 $\gamma = \psi - AZ$.

Fica assim demonstrada a equação (2.19).

f) Demonstração da relação entre os ângulos solares, apresentada na equação (2.9)

Um plano horizontal, sobre uma superfície terrestre, tem a sua posição relativa ao raio solar alterada, a medida que a Terra gira. Esta mudança de posição pode ser descrita pelo movimento que um plano tangente à superfície lateral de um cone realiza em relação a uma reta (r) que tem a direção dos raios solares.

Na figura A-5, o eixo de rotação terrestre coincide com o eixo Z, sendo o ângulo hora (ω) marcado num plano perpendicular ao mesmo.

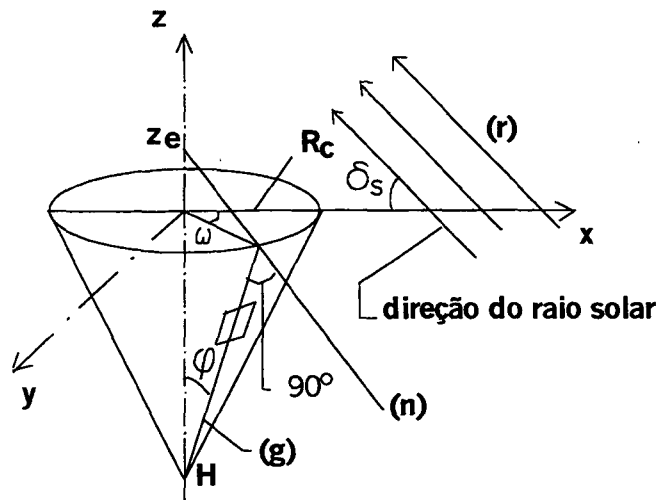


Fig. A-5 - Geometria para análise da posição do raio solar em relação a um plano horizontal sobre a superfície terrestre

Se (α) for o plano horizontal, tangente à superfície lateral do cone e que contém a geratriz (g), então η é o ângulo que o raio solar faz com a normal (n) a este plano (α), conforme figura A-6. A altitude solar β é o complementar do seu suplementar ($180-\eta$).

A condição de perpendicularismo das retas (n) e (g), sabendo-se que a reta (n) passa pelo ponto $(0,0,Z_e)$ mostra que:

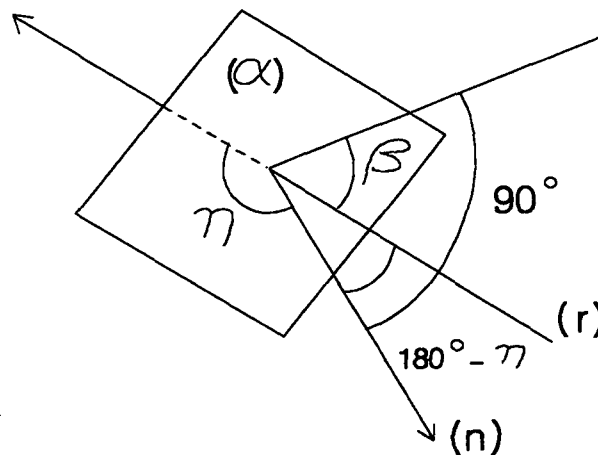


Fig. A-6 - Esquema geométrico para relacionar o ângulo β com os demais ângulos solares

$$(R_c \cos \omega - 0)(R_c \cos \omega - 0) + (R_c \sin \omega)(R_c \sin \omega - 0) + (0 - H)(0 - Z_e) = 0 \quad (A - 12)$$

Então:

$$R_c^2 \cos^2 \omega + R_c^2 \sin^2 \omega + H Z_e = 0$$

Assim,

$$Z_e = R_c^2 / H$$

Pela equação (A-13) determina-se o ângulo η , em função dos cossenos diretores das retas (r) e (e).

$$\cos(\eta) = l_n l_r + n_n n_r + m_n m_r \quad (A - 13)$$

onde l, m e n são os co-senos diretores com relação aos eixos x,y,z.

$$l_n = \frac{(R_c \cos \omega - 0)}{\sqrt{(R_c \cos \omega - 0)^2 + (R_c \sin \omega - 0)^2 + (0 + R_c/H)^2}}$$

$$l_n = \frac{\cos \omega}{\sqrt{1 + (R_c/H)^2}}$$

$$n_n = (R_c \sin \omega - 0) / R_c \sqrt{1 + (R_c/H)^2}$$

$$n_n = (0 + R_c^2/H) / R_c \sqrt{1 + (R_c/H)^2}$$

$$n_n = (R_c/H) / \sqrt{1 + (R_c/H)^2}$$

$$l_r = \cos (180 - \delta_s) = 1 - \cos \delta_s \quad \text{e} \quad 180 - \eta = 90 - \beta$$

$$m_r = 0 \quad \text{e} \quad \beta = \eta - 90$$

$$n_r = 0 \quad \text{e} \quad \cos \eta = -\sin \beta$$

$$\begin{aligned} \cos \theta = -\sin \beta = & -\cos \delta_s \cos \omega / \sqrt{1 + (R_c/H)^2} + 0 \\ & - \sin \delta_s (R_c/H) / \sqrt{1 + (R_c/H)^2} \end{aligned}$$

Como $R/H = \tan \varphi$, de acordo com a figura A-5, tem-se que:

$$\sin \beta = \frac{\cos \delta_s \cos \omega}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} + \frac{\sin \delta_s \tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$$

$$\sin \beta = \frac{\cos \delta_s \cos \omega}{\sec \varphi} + \frac{\sin \delta_s \tan \varphi}{\sec \varphi}$$

Porém, sabe-se que:

$$\cos \delta_s \cos \varphi \cos \omega = \frac{\cos \delta_s \cos \omega}{\sec \varphi}$$

$$\sin \delta_s \sin \varphi = \frac{\sin \delta_s \tan \varphi}{\sec \varphi}$$

Assim obtém-se a equação

$$\sin \beta = \cos \delta_s \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta_s \sin \varphi \quad (2.9)$$

APÊNDICE B

Obtenção detalhada da Equação (4.27)

Pela equação (4.18) é possível se determinar o fator de forma entre dois elementos diferenciais de área, conforme mostra a figura (4.9).

$$F_{dA_1-dA_2} = \frac{\cos\beta_1 \cos\beta_2}{\pi S^2} dA_2 \quad (4.18)$$

Nas equações (4.21) e (4.22) foram definidos os ângulos entre as normais às superfícies (1) e (2) e a direção do segmento de reta de magnitude S que une os dois elementos diferenciais de área das superfícies (1) e (2).

$$\cos\beta_1 = \frac{x_2 - x_1}{S^2} \cos\alpha_1 + \frac{y_2 - y_1}{S^2} \cos\gamma_1 + \frac{z_2 - z_1}{S^2} \cos\delta_1 \quad (4.21)$$

$$\cos\beta_2 = \frac{x_2 - x_1}{S^2} \cos\alpha_2 + \frac{y_2 - y_1}{S^2} \cos\gamma_2 + \frac{z_2 - z_1}{S^2} \cos\delta_2 \quad (4.22)$$

O teorema de Stokes, que permite a transformação e integrais de áreas em integrais de linhas, foi apresentado na equação (4.20).

$$\oint (P dx + Q dy + R dz) = \int_A \left[\left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \cos\alpha + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \cos\alpha + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \cos\delta \right] dA \quad (4.20)$$

Substituindo-se as equações (4.21) e (4.22) na equação (4.18) e integrando-se ao longo da área A_2 , obtém-se a equação (B-1), que estabelece o cálculo do fator de forma entre um elemento diferencial de área da superfície (1) e a superfície (2).

$$F_{dA_1-dA_2} = \int_{A_2} \left[(x_1 - x_2) g_p l_2 + (y_1 - y_2) g_p m_2 + (z_1 - z_2) g_p n_2 \right] \quad (B-1)$$

onde:

$$\begin{aligned} l_1 &= \cos \alpha_1 & l_2 &= \cos \alpha_2 \\ m_1 &= \cos \gamma_1 & m_2 &= \cos \gamma_2 \\ n_1 &= \cos \delta_1 & n_2 &= \cos \delta_2 \end{aligned} \quad (B-2)$$

$$g_p = \frac{(x_2 - x_1) l_1 + (y_2 - y_1) m_1 + (z_2 - z_1) n_1}{S^4} \quad (B-3)$$

A equação (B-1) pode ser comparada com a equação (5.20) de onde surge o sistema de equações diferenciais parciais (B-4).

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial y_2} - \frac{\partial Q}{\partial z_2} &= (x_1 - x_2) g_p \\ \frac{\partial P}{\partial z_2} - \frac{\partial Q}{\partial x_2} &= (y_1 - y_2) g_p \\ \frac{\partial Q}{\partial x_2} - \frac{\partial P}{\partial y_2} &= (z_1 - z_2) g_p \end{aligned} \quad (B-4)$$

A solução deste sistema linear fornece os seguintes valores para as funções P, Q, R.

$$\begin{aligned} P &= \frac{-m_1 (z_2 - z_1) + n_1 (y_2 - y_1)}{2 \pi S^2} \\ Q &= \frac{l_1 (z_2 - z_1) - n_1 (x_2 - x_1)}{2 \pi S^2} \\ R &= \frac{-l_1 (y_2 - y_1) + m_1 (x_2 - x_1)}{2 \pi S^2} \end{aligned} \quad (B-5)$$

Assim, aplicando o teorema de Stokes, pode-se escrever:

$$F_{dA_1-dA_2} = \int_{C_2} (P dx_2 + Q dy_2 + R dz_2) \quad (B-6)$$

Substituindo-se a equação (B-5) na equação (B-6), obtém-se a equação (B-7), que permite determinar o fator de forma entre um elemento diferencial de área da superfície (1) e a superfície (2), através de integrais de linha.

$$\begin{aligned} F_{dA_1-dA_2} = & \frac{l_1}{2\pi} \oint_{C_2} \frac{(z_2 - z_1) dy_2 - (y_2 - y_1) dz_2}{S^2} \\ & + \frac{m_1}{2\pi} \oint_{C_2} \frac{(x_2 - x_1) dy_2 - (z_2 - z_1) dx_2}{S^2} \\ & + \frac{n_1}{2\pi} \oint_{C_2} \frac{(y_2 - y_1) dy_2 - (x_2 - x_1) dz_2}{S^2} \quad (B-7) \end{aligned}$$

Integrando a equação (B-7), ao longo da área (1), obtém-se a equação (B-8).

$$\begin{aligned} A_1 F_{A_1-A_2} = & \frac{1}{2\pi} \oint_{C_2} \left[\int_{A_1} \frac{(y_2 - y_1) n_1 - (z_2 - z_1) m_1}{S^2} dA_1 \right] dx_2 \\ & + \frac{1}{2\pi} \oint_{C_2} \left[\int_{A_1} \frac{(z_2 - z_1) l_1 - (x_2 - x_1) n_1}{S^2} dA_1 \right] dy_2 \\ & + \frac{1}{2\pi} \oint_{C_2} \left[\int_{A_1} \frac{(x_2 - x_1) m_1 - (y_2 - y_1) l_1}{S^2} dA_1 \right] dz_2 \quad (B-8) \end{aligned}$$

Comparando a primeira integral de área com o teorema de Stokes, obtém-se o sistema linear de equações diferenciais parciais de primeira ordem (B-9).

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial y_1} - \frac{\partial Q}{\partial z_1} &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z_1} - \frac{\partial R}{\partial x_1} &= \frac{-(z_2 - z_1)}{S^2} \\ \frac{\partial Q}{\partial x_1} - \frac{\partial P}{\partial y_1} &= \frac{-(y_2 - y_1)}{S^2}\end{aligned}\tag{B-9}$$

A solução do sistema de equações (B-9) é $P = \ln S$, $Q = 0$ e $R = 0$, onde S é a magnitude do segmento de reta delimitado pelos pontos 1 e 2, dada pela equação (4.29).

$$S = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}\tag{4.29}$$

Comparando a segunda integral de área com a equação (5.20), obtém-se o sistema linear (B-10).

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial y_1} - \frac{\partial Q}{\partial z_1} &= \frac{(z_2 - z_1)}{S^2} \\ \frac{\partial P}{\partial z_1} - \frac{\partial R}{\partial x_1} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial x_1} - \frac{\partial P}{\partial y_1} &= \frac{-(x_2 - x_1)}{S^2}\end{aligned}\tag{B-10}$$

A solução deste sistema linear de equações diferenciais parciais é $P = 0$, $Q = \ln S$, $R = 0$.

Comparando a terceira integral de área com a equação (4.20), obtém-se o sistema de equações (B-11).

$$\begin{aligned}\frac{\partial R}{\partial y_1} - \frac{\partial Q}{\partial z_1} &= \frac{-(y_2 - y_1)}{S^2} \\ \frac{\partial P}{\partial z_1} - \frac{\partial R}{\partial x_1} &= \frac{(x_2 - x_1)}{S^2} \\ \frac{\partial Q}{\partial x_1} - \frac{\partial P}{\partial y_1} &= 0\end{aligned}\tag{B-11}$$

A solução do sistema de equações anterior fornece $P = 0$, $Q = 0$ e $\ln S$.

As integrais de área na equação (B-8) podem então ser substituídas por:

$$\int_{A_1} \frac{(y_2 - y_1) n_1 - (z_2 - z_1) m_1}{S^2} dA_1 = \oint_{x_1} \ln S dx_1 \tag{B-12}$$

$$\int_{A_1} \frac{(z_2 - z_1) l_1 - (x_2 - x_1) n_1}{S^2} dA_1 = \oint_{y_1} \ln S dy_1 \tag{B-13}$$

$$\int_{A_1} \frac{(x_2 - x_1) m_1 - (y_2 - y_1) l_1}{S^2} dA_1 = \oint_{z_1} \ln S dz_1 \tag{B-14}$$

Eliminando, na equação (B-8), as integrais de área pela substituição das equações (B-12), (B-13), (B-14), obtém-se a equação (4.27).

$$F_{A_1-A_2} = \frac{1}{2 \pi A_1} \oint_{x_2} \oint_{x_1} (\ln S dx_2 dx_1 + \ln S dy_2 dy_1 + \ln S dz_2 dz_1) \tag{4.27}$$